FZK(02C1024)

Abschließender Einzelbericht

Verbundprojekt:
Die Modellierung des mechanischen Verhaltens von Steinsalz:
Vergleich aktueller Stoffgesetze und Vorgehensweisen
Teilprojekt 3
Teil II: Visko - Elasto - Plastisches Stoffmodell

Laufzeit 01.04.2004 bis 30.11.2006

Zuwendungsgeber: Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF)

Auftraggeber: Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Projektträger Forschungszentrum Karlsruhe GmbH (PTKA)
Bereich Wassertechnologie und Entsorgung (WTE)

Auftrag-Nr. (AN): IfG 20/2004

Bearbeiter: Dipl.-Ing. Ralf-Michael Günther
Dr.-Ing. habil. Wolfgang Minkley
Dr. rer. nat. Klaus Salzer

Leipzig, den 15.05.2007

Dr.-Ing. habil. Wolfgang Minkley
Geschäftsführer

Dr. rer. nat. Klaus Salzer
Projektleiter

Inhaltsverzeichnis

0 Einführung 4

1 Visko-elasto-plastisches Stoffmodell des IfG 5

1.1 Modellmechanische Grundlagen 5

1.2 Elasto-plastisches Entfestigungsmodell 9

1.2.1 Nichtlineares MOHR-COULOMB'sches Bruchkriterium 9
1.2.2 Linear-elastisches Stoffgesetz 15
1.2.3 Fließfunktion, Potentialfunktion und plastische Korrektur 16
1.2.4 Dilatanz 19
1.2.5 Verfestigung / Entfestigung 23
1.2.6 Bruchkriterium für Zugbruch 28

1.3 Visko-elasto-plastisches Stoffmodell 28

1.3.1 Kopplung elasto-plastisches Entfestigungsmodell / BURGERS-Modell 28

1.4 Implementierung und praktische Anwendung 34

2 Parameterbestimmung auf der Grundlage von Laboruntersuchungen zum mechanischen Verhalten von Staßfurt-Steinsalz der Grube Sondershausen 42

2.1 Bestimmung der Festigkeits- und Dilatanzparameter auf der Grundlage von Triaxialversuchen und Vergleich mit den Versuchsergebnissen 42

2.3 Zweistufenkriechversuche und Bestimmung der Kriechparameter 49

2.4 Nachrechnung zum Verhalten der Maschinenstrecke EU 1 Sondershausen und Vergleich mit In-situ-Messungen 50

2.2 Berechnung zum Verhalten von Steinsalzpfeilern bei unterschiedlicher Belastung 53

3 Parameterbestimmung auf der Grundlage von Laboruntersuchungen zum mechanischen Verhalten von Asse-Speisesalz (Saßfurt-Steinsalz des Bergwerks Asse) 59

3.1 Bestimmung der Festigkeits- und Dilatanzparameter auf der Grundlage von Triaxialversuchen und Vergleich mit den Versuchsergebnissen 59

3.2 Bestimmung der Kriechparameter und Vergleichsberechnungen 61

3.3 Triaxialversuch mit reduzierter Verformungsgeschwindigkeit 63

3.4 Kriechversuch TU 313 mit tertiärer Phase 65

3.5 Triaxialversuche mit vernetzen Probekörpermodell 68

4 Zusammenfassung 68

Abbildungsverzeichnis 70

Quellenverzeichnis 72

Anlagenverzeichnis 74

0 Einführung

In den vergangenen Jahrzehnten wurde in Deutschland von verschiedenen Arbeitsgruppen ein umfangreiches experimentelles und theoretisches Know-how zur Salzmechanik erarbeitet. Auf dieser Grundlage sind mehrere fortschrittliche Stoffgesetze entwickelt und angewendet worden. Jedes dieser Stoffgesetze beruht auf bestimmten theoretischen Annahmen und unterschiedlichen experimentellen Daten. Im Verbundvorhaben „Die Modellierung des mechanischen Verhaltens von Steinsalz: Vergleich aktueller Stoffgesetze und Vorgehensweisen“ haben die führenden Fachleute in enger Kooperation ihre Erfahrungen auf diesem Gebiet ausgetauscht und mit Hilfe von Modellrechnungen die vorhandenen Stoffgesetze und die Vorgehensweise bei der Parameterbestimmung verglichen. Dabei wurden die Phänomene Kriechen, Dilatanz, Schädigung, Bruch und Nachbruchverhalten berücksichtigt. Die Arbeiten wurden auf Steinsalz ausgerichtet, aufgrund seiner besonderen Bedeutung als Wirts- und Barrieregestein bei der untertägigen Entsorgung gefährlicher Abfälle. Im Ergebnis sollten sowohl Empfehlung für die Anwendung der Stoffgesetze als auch Hinweise für die weitere Stoffgesetzentwicklung abgeleitet werden.

Das IfG Institut für Gebirgsmechanik GmbH, Leipzig beteiligt sich im Rahmen des Teilvorhaben 3 mit dem visko-elasto-plastischen Stoffmodell nach Minkley und dem erweiterten Dehnungs-Verfestigungsansatz an diesem Stoffgesetzvergleich. Der erweiterte Dehnungs-Verfestigungsansatz wird im Folgenden als Stoffmodell Günther/Salzer bezeichnet.

Der vorliegende Einzelbericht beschreibt das Stoffmodell nach Minkley und fasst die mit diesem Ansatz erzielten Ergebnisse zusammen. Die Ergebnisse, die mit dem Stoffmodell Günther/Salzer im Rahmen des Stoffgesetzvergleichs erzielt wurden, werden in einem gesonderten Bericht (Teil I) beschrieben.

Eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse aller am Vergleich beteiligten Stoffgesetzt und ihre vergleichende Bewertung wird im gemeinsamen Abschlussbericht gegeben.

1 Visko-elasto-plastisches Stoffmodell des IfG

1.1 Modellmechanische Grundlagen

Das Salzgebirge kann in erster Näherung als Kontinuum mit visko-elastischen Eigenschaften beschrieben werden. Wenn Entfestigungs- und Bruchvorgänge berücksichtigt werden sollen, wie sie an Hohlraumkonturen in der Auflockerungszone oder an Pfeilern eintreten können, muss man über diesen Ansatz hinausgehen.

Der am IfG entwickelte „Erweiterte Dehnungs-Verfestigungsansatz“ nach Günther /Salzer versucht dies im Rahmen eines Kriechmodells zu lösen (siehe Teil I).

Eine andere Betrachtungsmöglichkeit geht von der Plastizitätstheorie aus unter Einbeziehung von Entfestigung und Dilatanz und koppelt diesen Ansatz mit Kriechmodellen zu einem visko-elasto-plastischen Stoffmodell.

Ein Stoffmodell für Salinargesteine muss folgende grundsätzliche Verformungseigenschaften berücksichtigen (DÖRING, et.al., 1964):

- reversible, zeitunabhängige Verformungsanteile (Elastizität)
- reversible, zeitabhängige Verformungsanteile (Nachwirkung)
- nicht reversible, bleibende Verformungsanteile (Viskosität, Plastizität).

Während die Plastizität vorwiegend ein Kennzeichen polykristalliner Gesteine ist, ist die Viskosität charakteristisch für nichtkristalline Strukturen.

Salzgesteine weisen darüber hinaus, wie andere Gesteine auch, Entfestigungseigenschaften auf. Unter Entfestigung versteht man i. Allg. die Abnahme der Festigkeit des Gesteins mit zunehmenden Verformungen (strain softening). Dabei zeigen sich in Abhängigkeit von den Gesteinseigenschaften und den Beanspruchungsbedingungen unterschiedliche Verhaltensweisen. Bei einer plötzlichen Entfestigung spricht man von einem Sprödbruch und bei einer allmählichen Entfestigung von einem Fließbruchverhalten. Ideal plastisches Fließen kann als Verhalten ohne Entfestigung gedeutet werden.

Physikalisch wird Entfestigung durch die Bildung und Anhäufung von Mikrorissen und Defekten verursacht, die sich zu Makrorissen vereinigen bis sich eine Restfestigkeit eingestellt hat, welche hauptsächlich auf Reibungsvorgängen an den entstandenen

makroskopischen Bruchflächen basiert. Die Restfestigkeit kann als untere Fließgrenze des Gesteins im post-failure-Bereich betrachtet werden.

Das plastische Verhalten mit Entfestigung der polykristallinen Salzgesteine wird im entwickelten Stoffmodell mit einem modifizierten, nichtlinearen MOHR-COULOMB'schen Fließ- bzw. Bruchkriterium unter Verwendung einer nicht assoziierten Fließregel beschrieben. Die MOHR-COULOMB'sche Bruchhypothese, bei der die Fließ- bzw. Bruchgrenze von der minimalen Hauptspannung abhängt, ist für Gesteine allgemein anerkannt. Echt-dreiachsige Versuche an Gesteinen bestätigen die Abhängigkeit der Bruchspannung von der minimalen Hauptspannung. In Abb. 1 sind Ergebnisse die in einer Echt-dreiaxialen Versuchsapparatur ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) und in einer Karman-Zelle ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) an Opalinuston gewonnen worden sind dargestellt und durch eine einheitliche nichtlineare Bruchgrenze beschrieben.

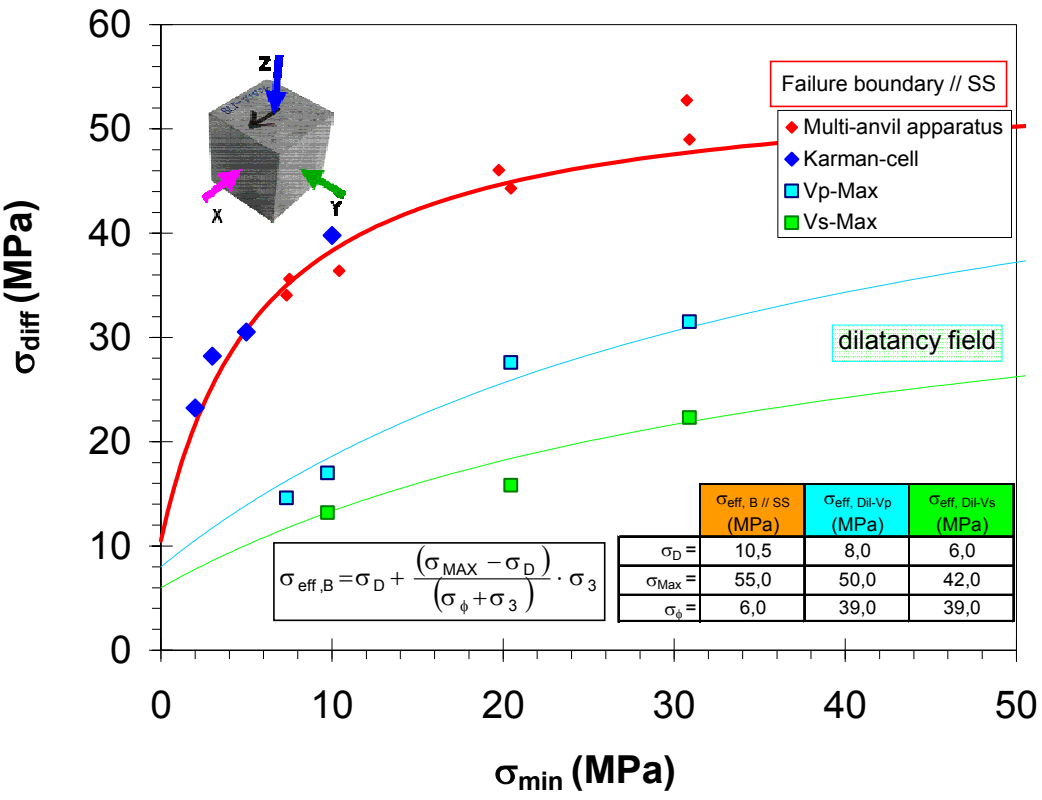


Abb. 1: Bruchgrenze von Opalinuston und Dilatanz bzw. Schädigungsgrenze abgeleitet aus der Geschwindigkeitssignatur verschiedenen gemessenener Parameter während kompressiver Belastung (Popp et al., 2005). Zusätzlich sind die Kurvenverläufe und Materialparameter entsprechend des von Minkley (1997) beschriebenen Fließ- bzw. Bruchkriteriums dargestellt.

Im modifizierten nichtlinearen MOHR-COULOMB Plastizitätsmodell werden sowohl die Dilatanzgrenze, als auch die Bruchgrenze und die Restfestigkeit durch eine Fließfunktion beschrieben. Die Dilatanz- bzw. Schädigungsgrenze wird dabei als untere Fließbedingung im pre-failure-Bereich angesehen. Als Beispiel ist in Abb. 1 die Anwendung des plastischen Modellansatzes auf Versuchsergebnisse am Opalinuston dargestellt.

Das entwickelte Stoffmodell geht davon aus, dass Gesteine generell visko-elasto-plastisches Verhalten aufweisen. Das zeitabhängige Verformungsverhalten wird mit einem modifizierten BURGERS-Modell mit spannungsabhängiger Viskosität beschrieben. Abb. 2 veranschaulicht das Modellkonzept, das vier Verformungsanteile unterscheidet, deren Summe die Gesamtverformung liefert.

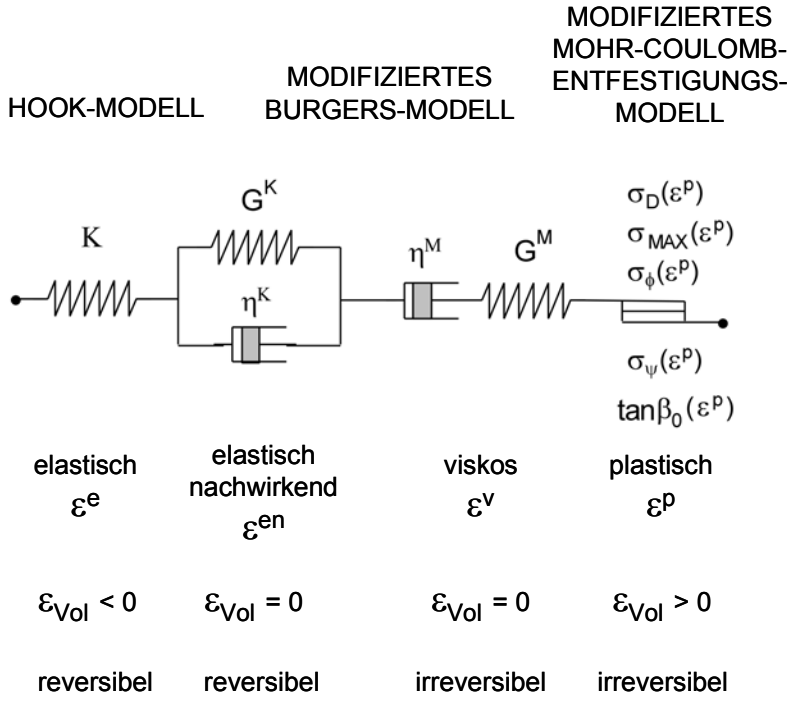


Abb. 2: Visko-elasto-plastisches Modellkonzept

Unterhalb der Dilatanzgrenze setzt sich die Verformung aus den Anteilen zusammen:

$$\varepsilon = \varepsilon^{e} + \varepsilon^{en} + \varepsilon^{v}$$

während oberhalb der Dilatanzgrenze für die Gesamtverformung gilt:

$$\varepsilon = \varepsilon^{e} + \varepsilon^{en} + \varepsilon^{v} + \varepsilon^{p}$$

Der elastische ε^{e} und der elastisch-nachwirkende Verformungsanteil ε^{en} sind reversibel, der viskose ε^{v} und der plastische ε^{p} irreversibel. Außerdem gilt:

Der elastische Verformungsanteil ist zeitunabhängig (skleronom) und der elastisch-nachwirkende, der plastische sowie der viskose Anteil sind zeitabhängig (rheonom).

Weiterhin wird im Modell vorausgesetzt, dass nur der elastische und der plastische Verformungsanteil Volumendehnungen liefern:

$$\varepsilon_{vol} = \varepsilon_{vol}^{e} + \varepsilon_{vol}^{p} .$$

Dabei tritt unterhalb der Dilatanzgrenze bei Kompression elastische Volumenkontraktion ein $\varepsilon_{vol}^{e} < 0$ und bei Überschreitung der Dilatanzgrenze durch Schädigung plastische Volumendilatation $\varepsilon_{vol}^{p} > 0$.

An der Dilatanzgrenze gilt: $\frac{d\varepsilon_{vol}}{d\varepsilon} = 0$.

Im Stoffmodell werden die Kriechphasen primäres und sekundäres Kriechen durch die rheologischen Modelle von KELVIN bzw. MAXWELL beschrieben. Durch die Kopplung des BURGERS-Modells, das aus einer Reihenschaltung eines KELVIN- und eines MAXWELL-Körpers besteht, mit dem plastischen Entfestigungsmodell lässt sich bei Überschreitung der Festigkeitsgrenze auch tertiäres Kriechen erfassen.

Das Modellkonzept (Abb. 2) des visko-elasto-plastischen Stoffmodells basiert auf bewährten Standardmodellen der Mechanik und ist universell neben Steinsalz auch auf andere Salinargesteine und nichtsalinare Gesteine anwendbar. Das visko-elasto-plastische Stoffmodell ist geeignet sowohl duktiles Materialverhalten als auch Sprödbruchverhalten von Gesteinen zu beschreiben.

1.2 Elasto-plastisches Entfestigungsmodell

1.2.1 Nichtlineares MOHR-COULOMB'sches Bruchkriterium

Ein Stoffmodell zur Beschreibung von Entfestigung und Dilatanz der Salzgesteine sollte von folgenden grundlegenden Eigenschaften ausgehen:

- Die Fließ- bzw. Bruchgrenze ist nichtlinear und von der minimalen Hauptspannung abhängig,
- die Entfestigung ist verformungs- und spannungsabhängig,
- bei hoher Einspannung dominiert plastisches Fließen ohne Entfestigung,
- die Dilatanz ist stark abhängig vom Einspannungszustand.

Ein Fließ- bzw. Bruchkriterium für Salzgesteine, das die gestellten Anforderungen erfüllt, lässt sich in Form eines modifizierten, nichtlinearen MOHR-COULOMB'schen Fließkriteriums formulieren (MINKLEY, 1995 und 1997):

$$\sigma_{1B} = \sigma_D + N_\phi \cdot \sigma_3 \tag{2.1}$$

mit der Reibungsfunktion (Abb. 3):

$$N_\phi = 1 + \frac{\sigma_{MAX} - \sigma_D}{\sigma_\phi + \sigma_3} \tag{2.2}$$

bzw.

$$\sigma_{eff,B} = \sigma_D + \frac{\sigma_{MAX} - \sigma_D}{\sigma_\phi + \sigma_3} \cdot \sigma_3 \tag{2.3}$$

dabei sind:

σ_3	:	minimale Hauptspannung
σ_{1B}	:	maximale Hauptspannung (Bruchspannung)
$\sigma_{eff,B} = \sigma_{1B} - \sigma_3$	:	maximal ertragbare Effektivspannung
$\sigma_D (\varepsilon^P)$	:	einaxiale Druckfestigkeit
$\sigma_{MAX} (\varepsilon^P)$	:	maximale effektive Festigkeit
$\sigma_\phi (\varepsilon^P)$	:	Krümmungsparameter Festigkeitskurve
ε^P	:	plastische Scherverformung

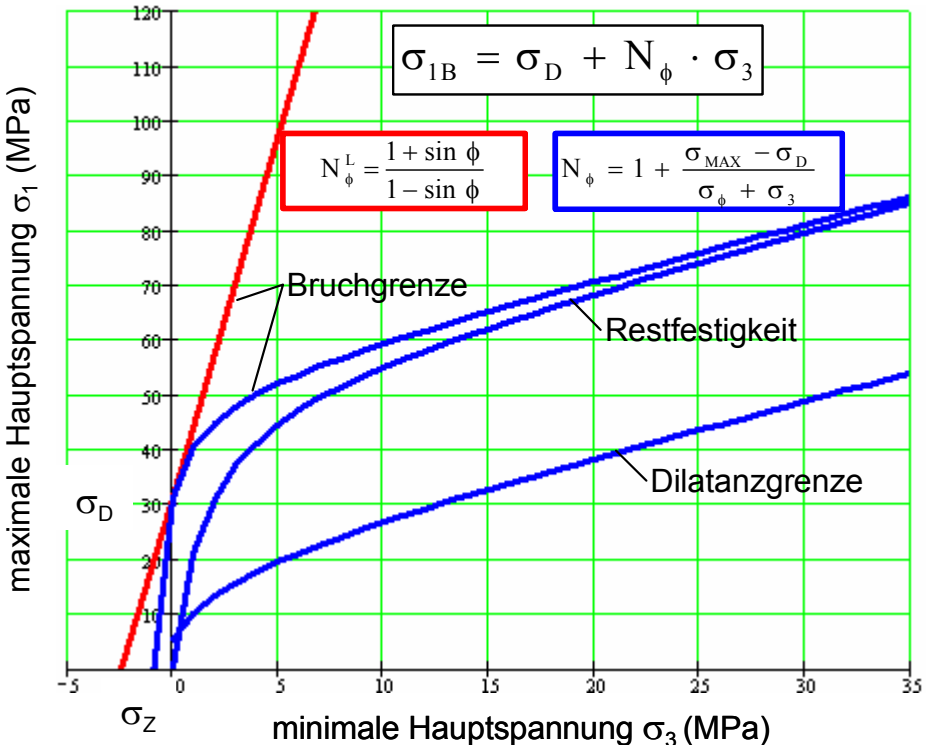


Abb. 3: Lineares und nichtlineares MOHR-COULOMB´sches Bruchkriterium im σ_1 vs. σ_3 - Diagramm

Die Reibungsfunktion Bez. (2.2) lässt sich auch in der Form schreiben:

$$N_\phi = 1 + \frac{1}{\frac{1}{N_\phi^L - 1} + \frac{\sigma_3}{\sigma_{MAX} - \sigma_D}} \tag{2.4}$$

wobei N_ϕ^L die bekannte Reibungswinkelfunktion des linearen MOHR-COULOMB'schen Fließkriteriums ist, die nicht von der Spannung abhängt. Setzt man in Bez. (2.4)

$\sigma_3 = 0$ folgt $N_\phi = N_\phi^L = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}$.

Das nichtlineare Fließ- bzw. Bruchkriterium besitzt mithin nur einen neuen zusätzlichen Parameter σ_{MAX}. Die physikalische Bedeutung der Größe σ_{MAX} wird ersichtlich, wenn man das Bruchkriterium im Diagramm σ_1 - σ_3 = f (σ_3) darstellt (Abb. 4). σ_{MAX} ist die maximal ertragbare effektive Festigkeit des Gesteins, gegen die das Fließkriterium mit wachsender minimaler Hauptspannung σ_3 strebt. Eine derartige Grenze existiert für jedes Gestein, anderenfalls müsste die Festigkeit mit zunehmenden σ_3 unendlich anwachsen, was

physikalisch nicht möglich ist. Das lineare MOHR-COULOMB'sche Bruchkriterium stellt nur eine Näherung dar, die für Gesteine mit hoher Festigkeit geeignet ist bzw. bei weniger festen Gesteinen nur für relativ geringe Einspannungen praktikable Ergebnisse liefert. Für Salzgesteine ist die Nichtlinearität unter den bergmännisch üblichen Teufendruckbedingungen bereits nicht mehr vernachlässigbar, so dass das lineare MOHR-COULOMB'sche Bruchkriterium für diese duktilen Gesteine nur eine sehr grobe Näherung darstellt.

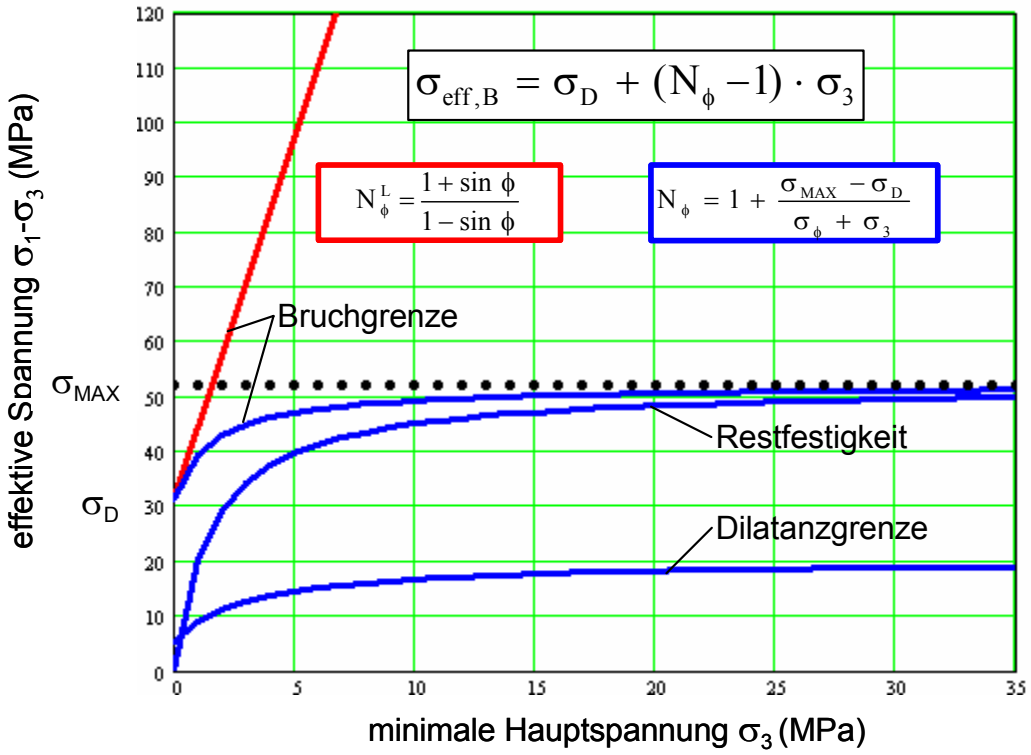


Abb. 4 Lineares und nichtlineares MOHR-COULOMB´sches Bruchkriterium im σ_{eff} vs. σ_3 - Diagramm

Aus Bez. (2.4) folgt für:

$\sigma_{MAX} \rightarrow \infty$: $N_\phi = N_\phi^L$,

d. h. unter der Annahme einer unendlich großen maximalen effektiven Festigkeit, die implizit im MOHR-COULOMB'schen Bruchmodell enthalten ist, geht das entwickelte nichtlineare Fließ- bzw. Bruchkriterium als Grenzfall in das MOHR-COULOMB'sche Modell über.

Mit dem nichtlinearen Bruchkriterium wird sowohl der Druckfestigkeitsbereich als auch der Zugfestigkeitsbereich von Salzgesteinen präziser erfasst. Für die Zugfestigkeit folgt:

$$\sigma_Z = \frac{-1}{2} \cdot \left(\sigma_\phi + \sigma_{MAX}\right) + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\sigma_\phi + \sigma_{MAX}\right)^2 - \sigma_D \cdot \sigma_\phi} \tag{2.5}$$

Näherungsweise gilt:

$$\sigma_Z \approx \frac{-\sigma_D}{\sigma_{MAX}} \cdot \sigma_\phi \tag{2.6}$$

Zwischen Druckfestigkeit σ_D, Zugfestigkeit σ_Z, maximaler effektiver Festigkeit σ_{MAX} und dem Parameter σ_ϕ zur Beschreibung der Krümmung der Bruchhüllkurve besteht der Zusammenhang:

$$\sigma_\phi = \frac{\sigma_{MAX} - |\sigma_Z|}{\frac{\sigma_D}{|\sigma_Z|} - 1} \tag{2.7}$$

bzw.

$$\sigma_\phi = \frac{\sigma_{MAX} - \sigma_D}{N_\phi^L - 1} \tag{2.8}$$

Das modifizierte, nichtlineare MOHR-COULOMB'sche Bruchkriterium lässt sich bei Verwendung der Größe σ_ϕ in der Form von Bez. (2.2) schreiben bzw. unter Verwendung der Reibungswinkelfunktion N_ϕ^L in Form von Bez. (2.4) darstellen. Zusätzliche gesteinsmechanische Kenngröße ist im abgeleiteten nichtlinearen Bruchkriterium neben Reibung (Reibungswinkelfunktion N_ϕ^L) und Druckfestigkeit σ_D bei Einspannung Null (σ_3 = 0) die als maximale effektive Festigkeit σ_{MAX} bezeichnete Festigkeitsgrenze bei hoher Einspannung ($\sigma_3 \rightarrow \infty$), die sich aus konventionellen triaxialen Druckversuchen einfach bestimmen lässt.

Für die Volumenzunahme (Dilatanz) bei plastischer Verformung lässt sich aus dem nichtlinearen Fließansatz unter Verwendung einer nichtassoziierten Fließregel ableiten:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \left(N_\psi - 1\right) \cdot \varepsilon^P \tag{2.9}$$

mit der Dilatanzfunktion

$$N_\psi = 1 + \frac{\sigma_\psi^2}{(\sigma_\psi + \sigma_3)^2} \cdot \tan\beta_0$$

(2.10)

Die das Dilatanzverhalten beschreibenden Parameter sind:

$\beta_0\ (\varepsilon^P)$: Anstiegswinkel der Dilatanzkurve $\varepsilon_{Vol}^P = f\left(\varepsilon^P\right)$ bei einaxialer Belastung ($\sigma_3 = 0$)

$\sigma_\psi\ (\varepsilon^P)$: Krümmungsparameter der Dilatanzfunktion.

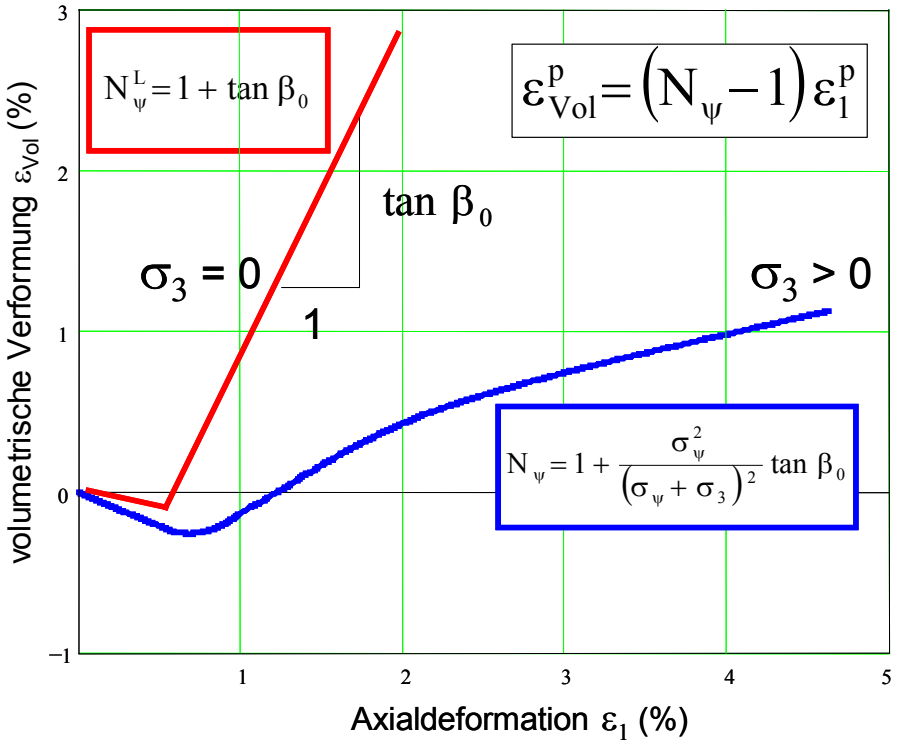


Abb. 5: Volumenverformung - nichtlineares elasto-plastisches Stoffmodell

Aus Bez. (2.10) geht hervor, dass die Dilatanz mit zunehmender triaxialer Einspannung stark abnimmt, ein Verhalten, welches für Salzgesteine typisch ist (Abb. 5). Die Dilatanzfunktion N_ψ Bez. (2.10) des in den folgenden Kapiteln abgeleiteten Stoffmodells enthält als Grenzfall für $\sigma_\psi \rightarrow \infty$ den von der Spannung unabhängigen Dilatanzansatz der linearen MOHR-COULOMB'schen Plastizität (Bez. 2.15).

Im entwickelten elasto-plastischen Stoffmodell zur Beschreibung von Entfestigung und Dilatanz der Salzgesteine ist die Abhängigkeit der Reibung und Dilatanz von der minimalen Hauptspannung explizit enthalten. Die Abhängigkeit der physikalischen Größen von der

plastischen Verformung ε^P wird implizit berücksichtigt, was die Stoffmodellformulierung vereinfacht und eine universelle Anpassung an die allgemein nichtlinearen Zusammenhänge ermöglicht.
Der Vergleich mit dem bekannten linearen MOHR-COULOMB'schen Bruchkriterium:

$$\sigma_{1B} = \sigma_D + N_\phi^L \cdot \sigma_3 \qquad (2.11)$$

mit

$$N_\phi^L = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} \qquad (2.12)$$

$$\sigma_D = 2 \cdot C \cdot \sqrt{N_\phi^L} \qquad (2.13)$$

in dem ϕ der Reibungswinkel und C die Kohäsion sind, veranschaulicht noch einmal, dass in dem für Salzgesteine modifizierten Bruchkriterium die Reibungsfunktion N_ϕ bzw. der Reibungswinkel keine konstante Größe mehr ist, sondern von der minimalen Hauptspannung σ_3 abhängt.

Bei hohen Manteldrücken σ_3 wächst im modifizierten Bruchkriterium entsprechend Bez. (2.1) und (2.2) die Festigkeit nur noch um die Manteldruckerhöhung an ($N_\phi \rightarrow 1$), d. h. der Reibungswinkel strebt gegen Null und die effektive Festigkeit erreicht ihren maximalen Grenzwert σ_{MAX}. Dieses Verhalten ist durch unzählige Triaxialversuche an Salzgesteinen belegt.

Im konventionellen MOHR-COULOMB'schen Fließkriterium ist auch die Dilatanzfunktion konstant:

$$N_\psi^L = \frac{1+\sin\psi}{1-\sin\psi} \qquad (2.14)$$

bzw.

$$N_{\psi}^{L} = 1 + \tan\beta \qquad (2.15)$$

wobei zwischen dem Dilatanzwinkel ψ, der das Verhältnis von plastischer Volumenänderung zu plastischer Scherverformung darstellt und dem Winkel β der Zusammenhang besteht:

$$\sin\psi = \frac{\tan\beta}{2 + \tan\beta} \qquad (2.16)$$

Der Vergleich von Bez. (2.10) und Bez. (2.15) zeigt, dass für σ_3 = 0 beide Beziehungen identisch sind.

Aus experimentellen Befunden an Salzgesteinen geht hervor, dass die Dilatanz wie die Reibung keine konstanten Größen sind, sondern von der minimalen Hauptspannung abhängen. Mit dem modifizierten MOHR-COULOMB'schen Fließ- bzw. Bruchkriterium wird dieses nichtlineare Verhalten adäquat erfasst. Sowohl die spannungsabhängige Reibungsfunktion N_{ϕ} als auch die spannungsabhängige Dilatanzfunktion N_{ψ} des nachfolgend abgeleiteten elasto-plastischen Stoffmodells mit Entfestigung enthalten als Grenzfall die bekannten, spannuns-unabhängigen Relationen der linearen MOHR-COULOMB'schen Plastizität.

1.2.2 Linear-elastisches Stoffgesetz

Im elasto-plastischen Stoffmodell wird der elastische Verformungsanteil mit dem isotropen, linear-elastischen HOOK'schen Gesetz beschrieben. Isotropie bedeutet hierbei, dass der lineare Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen unabhängig von der Belastungsrichtung ist, so dass nur zwei Stoffparameter erforderlich sind (Elastizitätsmodul E und Poissonzahl ν oder Kompressionsmodul K und Schubmodul G). In inkrementeller Form besteht zwischen den Hauptspannungen $\Delta\sigma_i$ und elastischen Verformungsinkrementen $\Delta\varepsilon_i^e$ der Zusammenhang:

$$\begin{aligned}
\Delta\sigma_1 &= A \cdot \Delta\varepsilon_1^e + B \cdot (\Delta\varepsilon_2^e + \Delta\varepsilon_3^e) \\
\Delta\sigma_2 &= A \cdot \Delta\varepsilon_2^e + B \cdot (\Delta\varepsilon_1^e + \Delta\varepsilon_3^e) \qquad (2.17) \\
\Delta\sigma_3 &= A \cdot \Delta\varepsilon_3^e + B \cdot (\Delta\varepsilon_1^e + \Delta\varepsilon_2^e)
\end{aligned}$$

mit

$$A = K + 4 \cdot G/3$$

$$B = K - 2 \cdot G/3$$

(2.18)

wobei K der Kompressionsmodul und G der Schubmodul sind. Zwischen den elastischen Stoffparametern besteht der Zusammenhang:

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}$$

(2.19)

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

mit E Elastizitätsmodul und ν Poissonzahl.

1.2.3 Fließfunktion, Potentialfunktion und plastische Korrektur

Erreicht die Spannung die Fließgrenze z. B. die Dilatanzgrenze als untere Fließbedingung im pre-failure Bereich, entsteht außer einer elastischen Verformung auch eine plastische Verformung. Das plastische Verhalten wird durch die Fließ- bzw. Bruchgrenzbedingung und eine Fließregel definiert. Die Fließregel legt Richtung und Betrag des Zuwachses der plastischen Verformung fest. Der plastische Verformungsanteil wird aus einem plastischen Potential abgeleitet und ermöglicht die Berücksichtigung einer Volumenvergrößerung (Dilatanz) infolge von Scherbeanspruchungen.

Aus dem modifizierten, nichtlinearen MOHR-COULOMB'schen Bruchkriterium Bez. (2.1) folgt als Fließfunktion (Druckspannungen negativ):

$$f_S = \sigma_1 - \sigma_3 + \sigma_D - \frac{\sigma_{MAX} - \sigma_D}{\sigma_\phi - \sigma_3} \cdot \sigma_3 \qquad (2.20)$$

und für das plastische Potential bei Scherversagen unter Ansatz einer nichtassoziierten Fließregel:

$$g_s = \sigma_1 - \sigma_3 - \frac{\sigma_{MAX,\psi} - \sigma_D}{\sigma_\psi - \sigma_3} \cdot \sigma_3$$

(2.21)

Wird die Fließgrenze überschritten ($f_S < 0$), ergibt sich im Stoffmodell zusätzlich zu der elastischen Verformung eine plastische Verformung.

Für die Gesamtverformung gilt:

$$\Delta\varepsilon_i = \Delta\varepsilon_i^e + \Delta\varepsilon_i^p \qquad i = 1,3$$

(2.22)

Unter Benutzung der Fließregel folgt für den plastischen inkrementellen Verformungsanteil:

$$\Delta\varepsilon_i^P = \lambda_S \cdot \frac{\partial g_s}{\partial \sigma_i} \qquad i = 1,3$$

(2.23)

Die partielle Differentiation des plastischen Potentials liefert:

$$\Delta\varepsilon_1^P = \lambda_S$$

$$\Delta\varepsilon_2^P = 0$$

(2.24)

$$\Delta\varepsilon_3^P = -\lambda_S \cdot N_\psi$$

mit der Dilatanzfunktion

$$N_\psi = 1 + \frac{(\sigma_{MAX,\psi} - \sigma_D)}{(\sigma_\psi - \sigma_3)^2} \cdot \sigma_\psi$$

(2.25)

Der elastische Verformungsanteil ergibt sich nach Bez. (2.22) aus der Differenz von Gesamtverformung und plastischer Verformung:

$$\Delta\varepsilon_i^e = \Delta\varepsilon_i - \Delta\varepsilon_i^P$$

Eingesetzt in das HOOK'sche Gesetz nach Bez. (2.17) folgt unter Berücksichtigung von Bez. (2.24):

$$\Delta\sigma_1 = A \cdot \Delta\varepsilon_1 + B \cdot (\Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3) - \lambda_S \cdot (A - B \cdot N_\psi)$$
$$\Delta\sigma_2 = A \cdot \Delta\varepsilon_2 + B \cdot (\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_3) - \lambda_S \cdot B \cdot (1 - N_\psi)$$
$$\Delta\sigma_3 = A \cdot \Delta\varepsilon_3 + B \cdot (\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2) - \lambda_S \cdot (B - A \cdot N_\psi) \qquad (2.26)$$

Der Notation in FLAC (1993) weiter folgend werden für den neuen und alten Spannungszustand die Indizes N und 0 verwendet und definiert:

$$\sigma_i^N = \sigma_i^0 + \Delta\sigma_i \qquad i = 1,3 \qquad (2.27)$$

Aus Bez. (2.27) und (2.26) folgt damit:

$$\sigma_1^N = \sigma_1^I - \lambda_S \cdot (A - B \cdot N_\psi)$$
$$\sigma_2^N = \sigma_2^I - \lambda_S \cdot B \cdot (1 - N_\psi)$$
$$\sigma_3^N = \sigma_3^I - \lambda_S \cdot (B - A \cdot N_\psi) \qquad (2.28)$$

wobei

$$\sigma_1^I = \sigma_1^0 + A \cdot \Delta\varepsilon_1 + B \cdot (\Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3)$$
$$\sigma_2^I = \sigma_2^0 + A \cdot \Delta\varepsilon_2 + B \cdot (\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_3)$$
$$\sigma_3^I = \sigma_3^0 + A \cdot \Delta\varepsilon_3 + B \cdot (\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2) \qquad (2.29)$$

die elastische Näherung ist, gebildet aus den alten Spannungen und den elastischen Spannungs-Inkrementen unter Zugrundelegung der Gesamtverformungs-Inkremente. Zur Ableitung der Vorfaktorfunktion (Multiplikator λ_S in Bez. (2.23) wird in der Fließfunktion Bez. (2.20) σ_1 und σ_3 durch σ_1^N und σ_3^N substituiert:

$$f_S = \sigma_1^I - \lambda_S \cdot (A - B \cdot N_\psi) - \left[\sigma_3^I - \lambda_S \cdot (B - A \cdot N_\psi)\right] \cdot \left[1 + \frac{\sigma_{MAX} - \sigma_D}{\sigma_\phi - \sigma_3^I + \lambda_S \cdot (B - A \cdot N_\psi)}\right] + \sigma_D$$

(2.30)

Unter Berücksichtigung der Zwangserfüllung der Fließbedingung $f_S = 0$, zur Rückführung von Spannungspunkten auf die Grenzfläche bei Scherversagen, folgt:

$$\lambda_S = \frac{\sqrt{C_4} - C_2}{2 \cdot C_1}$$

(2.31)

$$C_1 = (B - A \cdot N_\psi)^2 - (A - B \cdot N_\psi) \cdot (B - A \cdot N_\psi)$$

$$C_2 = (B - A \cdot N_\psi) \cdot (\sigma_1^I - 2 \cdot \sigma_3^I + \sigma_{MAX} + \sigma_\phi) + (A - B \cdot N_\psi) \cdot (\sigma_3^I - \sigma_\phi)$$

$$C_3 = \sigma_\phi \cdot (\sigma_1^I - \sigma_3^I + \sigma_D) - \sigma_3 \cdot (\sigma_1^I - \sigma_3^I + \sigma_{MAX})$$

$$C_4 = C_2^2 - 4 \cdot C_1 \cdot C_3$$

1.2.4 Dilatanz

Dilatanz ist die Volumenzunahme infolge Mikrorissbildung und Gefügeschädigung, die im Allgemeinen mit Entfestigung verbunden ist. Bei Verwendung einer assoziierten Fließregel wird die Volumenaufweitung (Dilatanz) von Gesteinen nur unzureichend erfasst (VERMEER & DE BORST, 1984). Im linearen MOHR-COULOMB'schen Fließkriterium wurde deshalb eine phänomenologisch begründete nichtassoziierte Fließregel eingeführt, indem ein Dilatanzwinkel ψ definiert ist, der im plastischen Potential den Reibungswinkel ϕ ersetzt (FLAC, 1993).

Für den Fall des ideal elasto-plastischen Materials mit konstanter Tragfähigkeit bei plastischer Verformung wird das Dilatanzverhalten im Diagramm (ε_1 ,ε_V) durch zwei Geraden wie folgt beschrieben (Abb. 6):

Elastischer Bereich: $$-\frac{\Delta\varepsilon_V}{\Delta\varepsilon_1} = (1 - 2\nu)$$

ε_V = Volumenverformung

ν = Poissonzahl

Plastischer Bereich: $$\frac{\Delta\varepsilon_V}{\Delta\varepsilon_1} = \tan\beta = \frac{2\sin\psi}{1-\sin\psi}$$

Dabei ist $\tan\beta$ der Anstieg der Dilatanzkurve nach dem Volumenminimum und ψ der Dilatanzwinkel.

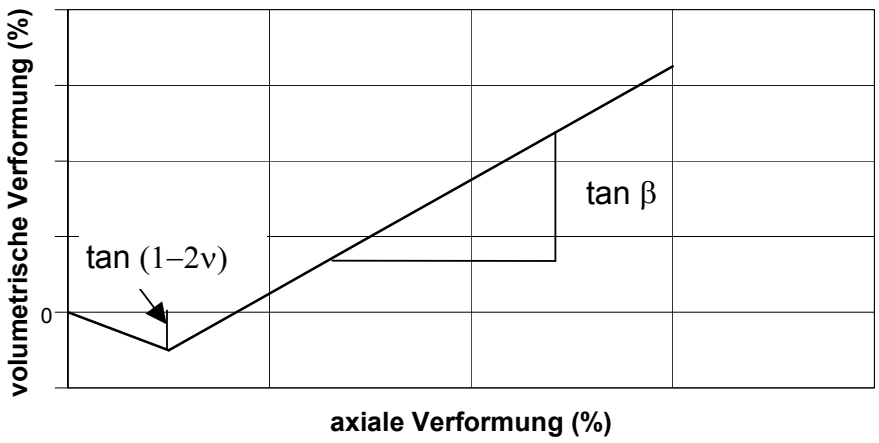


Abb. 6: Zusammenhang von Axial- und Volumenverformung für ideal elasto-plastisches Material

Die in elasto-plastischen Modellen übliche Beschreibung der Dilatanz durch einen konstanten Dilatanzwinkel

$$\psi = \arcsin\left(\frac{\tan\beta}{2+\tan\beta}\right)$$ und eine konstante Dilatanzfunktion $$N_\psi^L = \frac{1+\sin\psi}{1-\sin\psi}$$

wird dem tatsächlichen dilatanten Entfestigungsverhalten von Salzgesteinen nicht gerecht.

Ein nichtlinearer Zusammenhang für die Dilatanzfunktion N_ψ folgt direkt aus der in Pkt. 2.1.3 entwickelten nichtlinearen Fließfunktion unter Verwendung einer nichtassoziierten Fließregel (Bez. 2.25):

$$N_\psi = 1 + \frac{\left(\sigma_{MAX,\psi} - \sigma_D\right)}{\left(\sigma_\psi - \sigma_3\right)^2} \cdot \sigma_\psi$$

Mit dem Ansatz:

$$\frac{\Delta\varepsilon^P_{vol,0}}{\Delta\varepsilon^P_1} = \frac{\sigma_{MAX,\psi} - \sigma_D}{\sigma_\psi}$$

erhält man aus Bez. (2.25):

$$N_\psi = 1 + \frac{\sigma_\psi^2}{\left(\sigma_\psi - \sigma_3\right)^2} \cdot \frac{\Delta\varepsilon^P_{vol,0}}{\Delta\varepsilon^P_1}$$

(2.32)

Dabei sind:

$\frac{\Delta\varepsilon^P_{vol,0}}{\Delta\varepsilon^P_1} = \tan\beta_0$: Anstieg der Kurve $\varepsilon^P_{Vol} = f\left(\varepsilon^P_1\right)$ im Dilatanzbereich bei einaxialer Belastung ($\sigma_3 = 0$)

$\sigma_\psi\ (\varepsilon^P)$: Krümmungsparameter der Dilatanzfunktion

Für die Volumenänderung $\Delta\varepsilon^P_{Vol} = \Delta\varepsilon^P_1 + \Delta\varepsilon^P_2 + \Delta\varepsilon^P_3$

folgt aus Bez. (2.24):

$$\Delta\varepsilon^P_{Vol} = \lambda_S \cdot \left(1 - N_\psi\right)$$

bzw.

$$\Delta\varepsilon^P_{Vol} = -\Delta\varepsilon^P_1 \cdot \left(N_\psi - 1\right)$$

(2.33)

Aus Bez. (2.33) und (2.32) erhält man schließlich für die Volumenaufweitung:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \left|\Delta\varepsilon^P_{Vol}\right| = \frac{\sigma_\psi^2}{\left(\sigma_\psi - \sigma_3\right)^2} \cdot \Delta\varepsilon^P_{Vol,0}$$

(2.34)

wobei $\Delta\varepsilon^P_{Vol,0}\left(\varepsilon_p\right)$ die plastische Volumendehnung (Dilatanz) bei einaxialer Belastung ist.

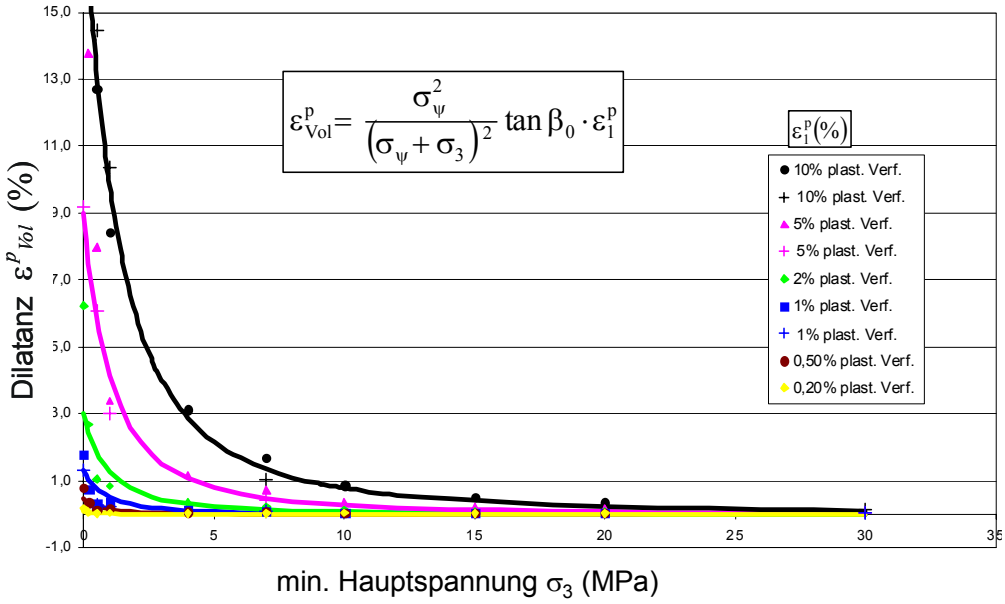


Abb. 7: Dilatanzverhalten von Steinsalz in Abhängigkeit von der minimalen Hauptspannung und der plastischen Verformung

Im Unterschied zum konventionellen, linearen MOHR-COULOMB'schen Ansatz nimmt die Dilatanz entsprechend Bez. (2.34) mit wachsendem Manteldruck σ_3 schnell ab (quadratische Funktion im Nenner), was durch die experimentellen Befunde an Salzgesteinen bestätigt wird.

Für das aus dem elasto-plastischen Stoffansatz unter Verwendung einer nichtassoziierten Fließregel abgeleitete Dilatanzverhalten lässt sich im Spannungsraum eine Dilatanzgrenze angeben (Druckspannungen negativ):

$$\sigma_{eff,Dil} = \sigma_{D,Dil} - \frac{\sigma_{MAX,Dil} - \sigma_{D,Dil}}{\sigma_{\phi,Dil} - \sigma_3} \cdot \sigma_3$$

mit

(2.35)

$\sigma_{eff,\,Dil} = \sigma_{1,\,Dil} - \sigma_3$

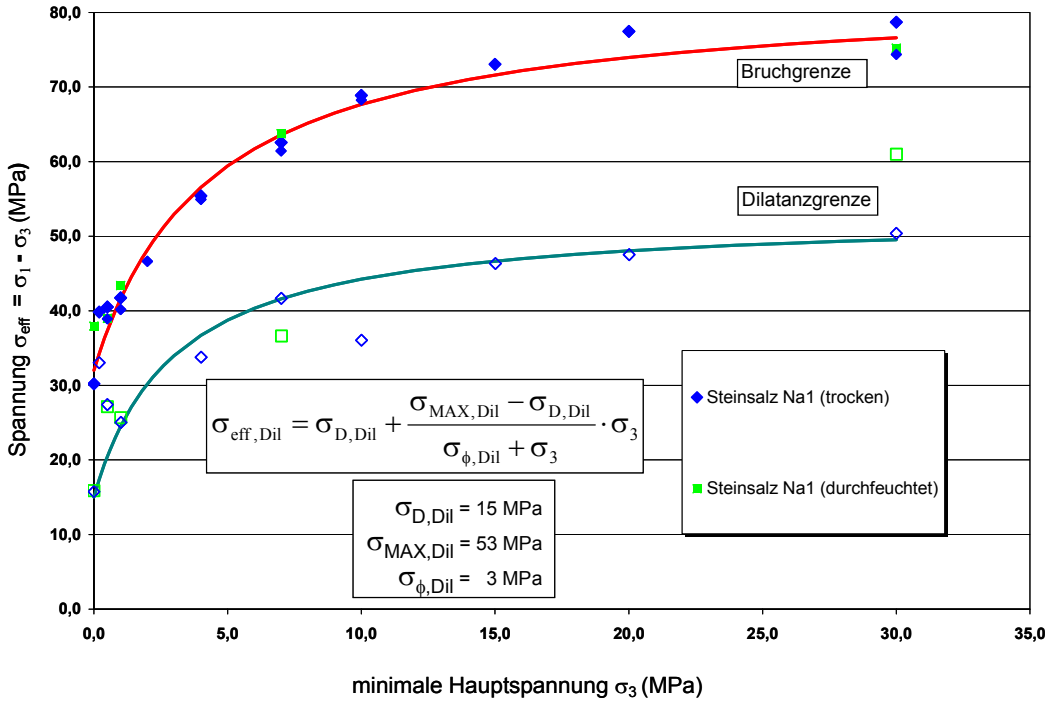


Abb. 8: Dilatanzgrenze und Bruchgrenze für Werra-Steinsalz

Die Dilatanzgrenze ist nichtlinear und wird durch die drei Parameter $\sigma_{D,Dil}$, $\sigma_{MAX,Dil}$ und $\sigma_{\phi,Dil}$ bestimmt (Abb. 8). Bei einaxialer Belastung erreicht die Dilatanzgrenze die Größe $\sigma_{D,Dil}$. Die Dilatanzgrenze stellt die untere Fließgrenze im pre-failure-Bereich dar. Zur Bestimmung der Parameter der Dilatanzfestigkeit werden die dem Minimum der Volumen-Verformungskurve zugeordneten Spannungswertepaare (σ_{1D}, σ_{3D}) im σ_1-σ_3-Diagramm dargestellt und der Kurvenverlauf an die Messwerte angepasst. Bei Vorliegen zusätzlicher, nicht allein auf Volumenmessungen basierender Indikatoren für das Einsetzen von Dilatanz, gestattet die mathematische Formulierung der Dilatanzgrenze eine entsprechende Anpassung.

1.2.5 Verfestigung / Entfestigung

Inelastisches Materialverhalten und Schädigungsphänomene werden entsprechend der in den vorangegangenen Kapiteln dargestellten Zusammenhänge auf der Grundlage des plastischen Fließens mit nichtassoziierter Fließregel beschrieben. Hierfür wird zusätzlich eine plastisch-deformationsabhängige Fließgrenze / Festigkeit eingeführt.

Die Fließfunktion f_S (ε^P,σ_3) Bez. (2.20) beschreibt sowohl die Bruchfestigkeit als auch die Festigkeit im pre- und post-failure-Bereich in Abhängigkeit von der minimalen Haupt-

spannung σ_3 und der plastischen Verformung ε^P. Die drei freien Parameter σ_D (ε^P), σ_ϕ (ε^P) und σ_{MAX} (ε^P) der einheitlichen Festigkeitsfunktion werden nicht funktionell, sondern tabellarisch dargestellt. Bei der numerischen Berechnung werden sie entsprechend der aktuellen plastischen Verformung durch Interpolation bestimmt. Diese Vorgehensweise mit einheitlicher Festigkeitsfunktion im Vor- und Nachbruchbereich vereinfacht die numerische Umsetzung des Stoffmodells.

Die Bestimmung der Festigkeitsparameter einaxiale Druckfestigkeit σ_D (ε^P), maximale effektive Festigkeit σ_{MAX} (ε^P) und Krümmungsparameter σ_ϕ (ε^P) erfolgt in Abhängigkeit von der Festlegung der Fließgrenze:

Annahme: Fließgrenze = Dilatanzgrenze

- $\varepsilon^P = 0$ liegt im Vorbruchbereich an der Grenze Volumenkompaktion/-dilatation
- verfestigendes und entfestigendes Verformungsverhalten

Annahme: Fließgrenze = Bruchgrenze

- $\varepsilon^P = 0$ liegt im Festigkeitsmaximum
- entfestigendes Verformungsverhalten.

Mit der im Stoffmodell enthaltenen Fließfunktion kann entsprechend der Festlegung von $\varepsilon^P = 0$ die Festigkeit im pre-failure-Bereich bei Einsetzen der Dilatanz (Dilatanzfestigkeit), die Bruchfestigkeit und die Festigkeit im post-failure-Bereich als Funktion der minimalen Hauptspannung und der plastischen Verformung beschrieben werden.

Während der plastischen Formänderung ändert sich die Fließbedingung, d. h. die Festigkeitseigenschaften sind demnach nicht konstant. Im pre-failure-Bereich nimmt bei verfestigendem Materialverhalten infolge der vorher erlittenen plastischen Verzerrungen die Festigkeit zu. Im post-failure-Bereich dagegen nimmt bei entfestigendem Materialverhalten die Festigkeit mit zunehmender plastischer Verformung bis zur Restfestigkeit ab.
Unter Entfestigung versteht man ganz allgemein die Abnahme der Materialfestigkeit mit wachsenden Verformungen ε^P , wobei der dynamisch ablaufende Entfestigungsprozess als Sprödbruch bezeichnet wird.

Der Übergang vom spröden zum duktilen Materialverhalten wird unter der Annahme, dass σ_{MAX} im post-failure-Bereich höher angesetzt wird, durch die Spannung σ_{3t} (ε^P) festgelegt

(Abb. 9). Die Spannung σ_{3t} (ε^P) berechnet sich aus dem Schnittpunkt der Bruchhüllkurve f_S ($\varepsilon^P = 0$, σ_3) mit den Hüllkurven im post-failure-Bereich f_S ($\varepsilon^P > 0$, σ_3):

$$\sigma_{3t} = \frac{-b_t - \sqrt{d_t}}{2 \cdot a_t}$$

(2.36)

$$a_t = \frac{\sigma_{MAX,S} - \sigma_{MAX,R}}{\sigma_{\phi,S} \cdot \sigma_{\phi,R}}$$

$$b_t = \frac{1}{\sigma_{\phi,S}} \cdot \left(\sigma_{MAX,S} - \sigma_{D,R}\right) - \frac{1}{\sigma_{\phi,R}} \cdot \left(\sigma_{MAX,R} - \sigma_{D,S}\right)$$

$$d_t = b_t^2 - 4 \cdot a_Z \cdot \left(\sigma_{D,S} - \sigma_{D,R}\right)$$

Die Indizes S und R stehen für $\varepsilon^P = 0$ bzw. $\varepsilon^P > 0$, wobei $\varepsilon^P = 0$ der Bruchgrenze entspricht.

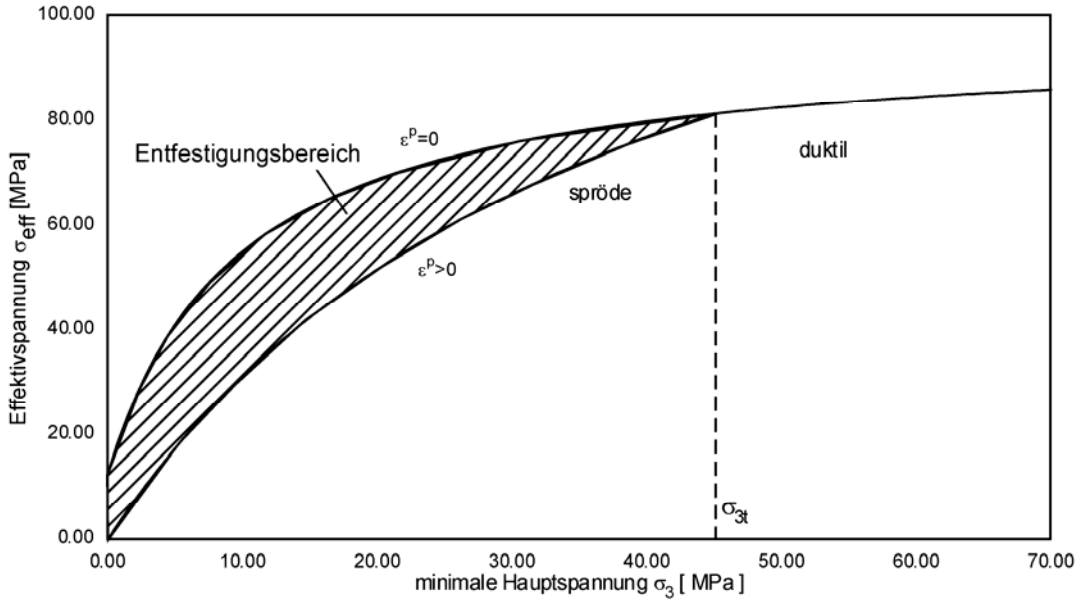


Abb. 9: Übergang vom spröden zum duktilen Materialverhalten

Die Spannung σ_{3t} grenzt den Entfestigungsbereich vom duktilen Bereich ab. Bei hohen Einspannungen $\sigma_3 \leq \sigma_{3t}$ (Druckspannungen negativ) ist keine Entfestigung mehr möglich und das Fließverhalten folgt der Bruchhüllkurve bzw. Fließgrenze f_S ($\varepsilon^P = 0$, σ_3).

Mit der Entfestigung verbunden ist im Ergebnis der inelastischen Verformung eine Rissbildung und Volumenzunahme (Dilatanz). Die Dilatanz wird mit der aus dem nichtassoziierten Fließmodell abgeleiteten Dilatanzfunktion N_Ψ (σ_3, ε^P) direkt aus der beim

Versuch gemessenen Volumenänderung bestimmt. Die Dilatanzfunktion wird durch die Größen Anstieg tan β_0 (ε^P) der Dilatanzkurve bei einaxialer Belastung (Verhältnis plastische Volumendehnung zu plastischer Verformung) und Krümmungsparameter σ_ψ (ε^P) beschrieben.

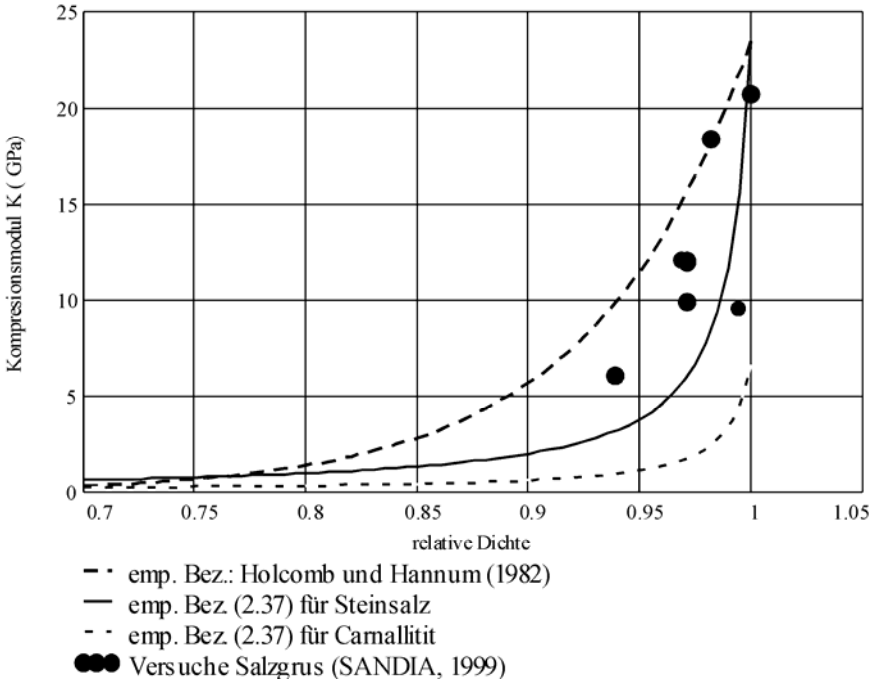


Abb. 10: Abnahme des Kompressionsmoduls K mit der relativen Dichte $\rho/\rho_0 = 1/(1+\Delta\varepsilon_{pVol})$. Für Carnallitit ist in Bez. (2.37) angesetzt: K_0 = 6,7 GPa, K_R = 0,1 GPa, f = 100

Als Folge der durch Entfestigung und Dilatanz eintretenden Materialschädigung ändern sich die elastischen Gesteinseigenschaften. Zur Reduzierung der elastischen Moduln wird die empirische Beziehung angesetzt (Abb. 10, analog für Schubmodul G):

$$K = K_R + \frac{1}{1 + f \cdot \Delta\varepsilon^P_{Vol}} \cdot K_0 \qquad (2.37)$$

mit $K_0 = K_I - K_R$

K_I - Kompressionsmodul intaktes Gestein

K_R - Kompressionsmodul Gestein im Restfestigkeitsbereich

f - Materialparameter

Die Volumenänderung $\Delta\varepsilon^P_{Vol}$ wird dabei nach Bez. (2.33) berechnet.

Als Verfestigungs- bzw. Entfestigungsparameter wird die akkumulierte plastische Scherverformung ε^P (FLAC, 1993) benutzt. Das Scherverformungsinkrement ist definiert als die Quadratwurzel aus der zweiten Invariante des inkrementellen plastischen Verformungsdeviators (sogenannte effektive Scherverformung):

$$\Delta\varepsilon^P = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\Delta\varepsilon_1^P - \Delta\varepsilon_m^P\right)^2 + \left(\Delta\varepsilon_m^P\right)^2 + \left(\Delta\varepsilon_3^P - \Delta\varepsilon_m^P\right)^2}$$

(2.38)

wobei $\Delta\varepsilon_m^P$ das volumetrische plastische Scherverformungsinkrement ist

$$\Delta\varepsilon_m^P = \frac{1}{3} \cdot \left(\Delta\varepsilon_1^P + \Delta\varepsilon_3^P\right)$$

(2.39)

Entsprechend $\Delta\varepsilon_2^P = 0$ gilt:

$$\Delta\varepsilon_m^P = \frac{1}{3} \cdot \Delta\varepsilon_{Vol}^P$$

(2.40)

Eingesetzt in Bez. (2.38) folgt:

$$\Delta\varepsilon^P = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\Delta\varepsilon_1^P - \frac{1}{3}\Delta\varepsilon_{Vol}^P\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\Delta\varepsilon_{Vol}^P\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\Delta\varepsilon_{Vol}^P - \Delta\varepsilon_1^P\right)^2}$$

(2.41)

Ist die Dilatanz null $\left(\Delta\varepsilon_{Vol}^P = 0\right)$ folgt:

$$\Delta\varepsilon^P = \Delta\varepsilon_1^P .$$

Wird bei Triaxialversuchen nur die Axialverformung ε_1 und die Volumenverformung $\Delta V \mathrel{\hat{=}} \Delta\varepsilon_{Vol}^P$ gemessen, kann die plastische Scherverformung ε^P nach Bez. (2.41) berechnet werden. Liegt eine Messung der Querverformung ε_3 mit vor, kann Bez. (2.38) benutzt werden.

1.2.6 Bruchkriterium für Zugbruch

Bruchkriterium für einen Zugbruch ist das Erreichen der Zugfestigkeit σ_Z durch die kleinste Hauptnormalspannung σ_3. Als Fließfunktion für Zugversagen folgt (Zugspannungen positiv):

$$f^Z = \sigma_3 - \sigma^Z$$

und für die Potentialfunktion $g^Z = \sigma_3$.

D. h. die Verformungsraten nach einem Zugbruch werden durch eine assoziierte Fließregel beschrieben (FLAC, 1993).

1.3 Visko-elasto-plastisches Stoffmodell

1.3.1 Kopplung elasto-plastisches Entfestigungsmodell / BURGERS-Modell

Neben den elasto-plastischen Eigenschaften besitzen die meisten Salinargesteine rheonome bzw. viskose Eigenschaften, d. h. ihr Verformungs- und Festigkeitsverhalten ist auch zeitabhängig. Das viskose Stoffverhalten kann damit erklärt werden, dass der Umbau der Kristallstruktur den Spannungsänderungen nur mit Verzögerung folgen kann. Andererseits kann sich der Spannungs- bzw. Verformungszustand wegen der langsamer, verzögert erfolgende Änderung der Kristallstruktur auch nach dem Eintreten der äußeren Einwirkung noch ändern (Nachwirkung). Viskoses Materialverhalten ist dadurch gekennzeichnet, dass die Verformung bei konstanter Spannung ($\dot{\sigma} = 0$) anwächst und die Spannung bei konstanter Dehnung $(\dot{\varepsilon} = 0)$ abnimmt. Diese Erscheinungen werden Kriechen und Relaxation genannt. Betrachtet man Kriechkurven, so ist festzustellen, dass das viskose Verhalten in gewisser Weise dem plastischen Verhalten ähnlich ist. Sowohl die in einem plastischen Stoffmodell mit Verfestigung vorkommenden Parameter als auch die Parameter im Dehnungs-Verfestigungsansatz sind vom augenblicklichen Zustand abhängig.

Es existieren jedoch auch wesentliche Unterschiede zwischen dem Verhalten der plastischen und viskosen Materialien:

- Plastische Materialien erleiden erst beim Erreichen bestimmter Grenzspannungszustände (Fließgrenze) plastische Verformungen. Viskose Verformungen können bei jedem beliebigen Spannungszustand eintreten.

- Der zeitliche Ablauf der plastischen Verformung wird durch das plastische Stoffmodell nicht vorgegeben. Die zeitliche Änderung der viskosen Verformung wird dagegen durch das viskose Stoffmodell bestimmt.

Die Zeit spielt bei der Beschreibung viskoser Vorgänge eine grundlegende Rolle. Zur Beschreibung der Eigenschaften viskoser Materialien sind neben den Spannungen und Verformungen auch deren Geschwindigkeiten und die Zeit zu berücksichtigen, so dass das viskose Stoffmodell die allgemeine Form annimmt:

$$F(\sigma, \varepsilon, \dot{\sigma}, \dot{\varepsilon}, t) = 0$$

Gesteine besitzen i. Allg. sowohl elastische als auch plastische und viskose Eigenschaften, die sich überlagern. Zur mechanischen Beschreibung des kombinierten Verhaltens geht man davon aus, dass die komplex auftretenden Eigenschaften durch Superposition erfasst werden können. Dementsprechend wird die Gesamtverformung in einen elastischen, einen plastischen und einen viskosen Anteil unterteilt und zugleich angenommen, dass die Anteile unabhängig voneinander sind und durch die die jeweiligen Eigenschaften repräsentierenden Stoffmodelle adäquat abgebildet werden.

Das weiter entwickelte visko-elasto-plastische Modellkonzept unterscheidet folgende Verformungsanteile, deren Summe die Gesamtverformung liefert (Abb. 11):

- elastische isotrope Kompression
- elastisch nachwirkender Verformungsanteil (KELVIN-Element)
- (deviatorisch) elastischer und viskoser Verformungsanteil (MAXWELL-Element)
- plastischer Verformungsanteil (modifiziertes MOHR-COULOMB-Modell mit Entfestigung und Dilatanz)

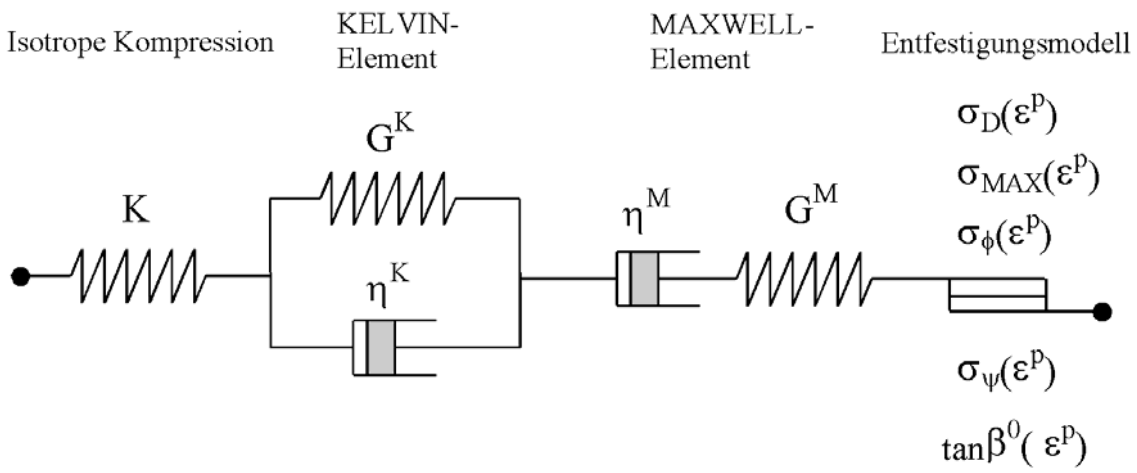


Abb. 11: Visko-elasto-plastisches Stoffmodell mit Entfestigung und Dilatanz

Das visko-elastische Modell entspricht dem phänomenologischen modellrheologischen Stoffgesetz von BURGERS. Für die aus deviatorischen Spannungsanteilen erwachsende Verformungsrate wird angesetzt:

$$\dot{e}_{ij} = \dot{e}^{K}_{ij} + \dot{e}^{M}_{ij} + \dot{e}^{P}_{ij}$$

(2.42)

Kelvin-Modell:

$$\dot{e}^{K}_{ij} = \frac{1}{2 \cdot \eta_K} \cdot S_{ij} - \frac{G_K}{\eta_K} \cdot e^{K}_{ij}$$

(2.43)

Maxwell-Modell:

$$\dot{e}^{M}_{ij} = \frac{1}{2 \cdot G_M} \cdot \dot{S}_{ij} + \frac{1}{2 \cdot \eta_M} \cdot S_{ij}$$

(2.44)

wobei

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \cdot \delta_{ij}$$

(2.45)

$$\sigma_0 = \frac{1}{3} \cdot \sigma_{KK}$$

der Spannungsdeviator und

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0 \cdot \delta_{ij}$$

(2.46)

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_{KK}$$

$$e_{vol} = \varepsilon_{KK}$$

der Verzerrungsdeviator ist, der die Gestaltänderung charakterisiert.

Für den hydrostatischen Zustand gilt:

$$\dot{\sigma}_0 = K \cdot \left(\dot{e}_{vol} - \dot{e}^P_{vol}\right)$$

(2.47)

In den angegebenen Beziehungen bezeichnen K und G den Kompressions- und Schubmodul und η die Viskosität.

Das lineare rheonome Burgers-Modell ist nur bedingt geeignet, das Kriechverhalten von Salzgesteinen zu beschreiben. Von SCHUPPE (1963), DÖRING, et.al. (1964) und anderen wurde deshalb vorgeschlagen, die in das Burgers-Modell eingehenden Parameter von der Spannung abhängig zu machen. NATAU, et. al. (1986) verwenden zur Beschreibung der Spannungsrelaxation im Salzgebirge einen Maxwell Körper mit hochgradig nichtlinearer Viskosität. In dem im Folgenden vorgestellten visko-elasto-plastischen Stoffgesetz wird die Spannungsabhängigkeit der Maxwell-Viskosität und damit der sekundären Kriechrate über einen Exponentialansatz nach Lux (1984) berücksichtigt:

$$\eta_M = \eta_M^* \cdot \exp\left(-m \cdot \sigma_V\right)$$

(2.48)

$$\sigma_V = \sqrt{3 \cdot J_2}$$

J_2 ist die zweite Invariante des Spannungsdeviators:

$$J_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2\right) + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2$$

Die inkrementelle Form des Burgers-Modells ist in FLAC (1998) angegeben. Die Indizes K, M, P bezeichnen dabei den Kelvin, Maxwell und plastischen Beitrag der Spannungen und Verformungen und N und 0 steht für neue und alte Werte. Für den Kelvin - Verformungsanteil erhält man:

$$e_{ij}^{K,N} = \frac{1}{A^*} \cdot \left[B^* \cdot e_{ij}^{K,0} + \frac{\Delta t}{4 \cdot \eta_K} \cdot \left(S_{ij}^N + S_{ij}^0\right) \right]$$

(2.49)

und aus der Differenz von deviatorischer Gesamtverformung und plastischem Anteil:

$$\Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^P = \Delta e_{ij}^K + \Delta e_{ij}^M$$

folgt unter Berücksichtigung des Maxwell-Verformungsanteils für die neue deviatorische Spannungskomponente:

$$S_{ij}^N = \frac{1}{a} \cdot \left[\Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^P + b \cdot S_{ij}^0 - \left(\frac{B^*}{A^*} - 1 \right) \cdot e_{ij}^{K,0} \right]$$

(2.50)

mit

$$a = \frac{1}{2 \cdot G_M} + \frac{\Delta t}{4} \cdot \left(\frac{1}{\eta_M} + \frac{1}{A^* \cdot \eta_K} \right)$$

$$b = \frac{1}{2G_M} - \frac{\Delta t}{4} \cdot \left(\frac{1}{\eta_M} + \frac{1}{A^* \cdot \eta_K} \right)$$

$$A^* = 1 + \frac{G_K \cdot \Delta t}{2 \cdot \eta_K}$$

$$B^* = 1 - \frac{G_K \cdot \Delta t}{2\eta_K}$$

Solange gilt $f_S \geq 0$, erfolgt die Berechnung der Spannungskomponenten auf der Grundlage von Bez. (2.50) unter der Annahme visko-elastischer Verformungsinkremente. Ist $f_S < 0$ tritt plastisches Fließen ein und die Spannungen müssen entsprechend des plastischen Verformungsanteils korrigiert werden (analog Pkt.2.1: bei Übergang zu Hauptnormalspannungen):

$$\Delta\varepsilon_i^p = \lambda_S^* \cdot \frac{\partial g_S}{\partial \sigma_i} \qquad i = 1,3$$

Die Ableitung der Vorfaktor-Skalarfunktion erfolgt unter Berücksichtigung der Zwangserfüllung der Fließbedingung $f_S = 0$:

$$\lambda_S^* = \frac{\sqrt{C_4^*} - C_2^*}{2 \cdot C_1^*}$$

$$C_1^* = -\frac{1}{\sigma_\phi}\left(\alpha_2 - \alpha_1 \cdot N_\psi\right) \cdot \left[\left(\alpha_2 - \alpha_1 \cdot N_\psi\right) - \left(\alpha_1 - \alpha_2 \cdot N_\psi\right)\right]$$

(2.51)

$$C_2^* = -\frac{1}{\sigma_\phi}\left(\alpha_2 - \alpha_1 \cdot N_\psi\right) \cdot \left(\sigma_1 - 2 \cdot \sigma_3 + \sigma_{MAX} + \sigma_\phi\right) + \left(\alpha_1 - \alpha_2 \cdot N_\psi\right) \cdot \left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_\phi}\right)$$

$$C_3^* = \frac{\sigma_3}{\sigma_\phi} \cdot \left(\sigma_1 - \sigma_3 + \sigma_{MAX}\right) - \left(\sigma_1 - \sigma_3 + \sigma_D\right)$$

$$C_4^* = C_2^{*2} - 4 \cdot C_1^* \cdot C_3^*$$

$$\alpha_1 = K + \frac{2}{3 \cdot a} \qquad \alpha_2 = K - \frac{1}{3 \cdot a}$$

Das durch Kopplung des Entfestigungsmodells mit dem Burgers-Kriechmodell abgeleitete visko-elasto-plastische Stoffmodell ist in der Lage, das Kriechverhalten einschließlich Kriech-

bruch zu beschreiben. Das transiente bzw. primäre Kriechen wird durch das Kelvin-Modell mit den Parametern Kelvin-Schubmodul G_K und Kelvin-Viskosität η_K bestimmt. Der stationäre bzw. sekundäre Kriechanteil folgt aus der Maxwell- (bzw. Newton) Viskosität η_M. Für die beschleunigte bzw. tertiäre Kriechphase ist der dilatante Entfestigungsmechanismus verantwortlich.

Setzt man für die Viskositäten an: $\eta_K \rightarrow \infty$

$\eta_M \rightarrow \infty$

so folgt aus Bez. (2.50), (2.51) und (2.18):

$$a = \frac{1}{2 \cdot G_M} \qquad \rightarrow \qquad \alpha_1 = A,\ \alpha_2 = B$$

mithin $\lambda_S^* = \lambda_S$ und das Stoffgesetz geht in das skleronome (zeitunabhängige), elasto-plastische Modell über.

1.4 Implementierung und praktische Anwendung

Das visko-elasto-plastische Stoffmodell mit Verfestigung / Entfestigung und Dilatanz (MINKLEY, et al., 2001) ist in C_{++} programmiert und steht als DLL-file (Dynamic Linked Libraries) für leistungsfähige kontinuumsmechanische und diskontinuumsmechanische Rechenprogramme zur Verfügung, auf Basis:

- finiter Differenzen: FLAC ^{2D}, FLAC ^{3D}
- distincter Elemente: UDEC, 3DEC.

Die Programme verwenden einen expliziten Zeitschrittalgorithmus (CUNDALL & BOARD, 1988), der für die Modellierung nichtlinearer Prozesse und Instabilitätsprobleme besonders geeignet ist.

Damit sind die Voraussetzungen für eine breite Anwendung und praktische Nutzung im Rahmen der geotechnischen Nachweisführung zur Langzeitsicherheit von UTV, UTD und Endlagern gegeben. Die Entwicklung des Stoffmodells im Rahmen der BMBF-Forschung ist in enger Wechselbeziehung zwischen Theorie, Experiment und praktischer Anwendung erfolgt, um zu effizienten, praktikablen Lösungen zu gelangen. Dabei wurde versucht, das

inelastische Verhalten und die zum Bruch führenden Schädigungsmechanismen mit der Gefügeentfestigung auf der Grundlage der Plastizitätstheorie durch eine phänomenologische Modellbeschreibung zu erfassen, die eine handhabbare Parameteridentifikation weitgehend auf Basis bewährter geotechnischer Versuchstechnik erlaubt. Für das elasto-plastische Stoffmodell werden nur wenige zusätzliche Parameter benötigt, die sich aus konventionellen verformungsgesteuerten einaxialen und triaxialen Druckversuchen mit Messung der Volumenänderung in Abhängigkeit von der plastischen Verformung bestimmen lassen.

Tabelle 1.1: Ein- / Ausgabeparameter visko-elasto-plastisches Stoffmodell

Eingabeparameter	Stoffmodell Minkley.dll
Druckfestigkeit: σ_D	druck
max. effektive Festigkeit: σ_{MAX}	flies
Krümmungsparameter: σ_ϕ Fließ- bzw. Bruchgrenze	sphi
Anstieg Dilatanzkurve: $\tan \beta_0$	tan_beta0
Krümmungsparameter: σ_Ψ Dilatanzfunktion	spsi
Zugfestigkeit: σ_Z	tension
ver-/entfestigendes Verformungsverhalten	salztyp 0
entfestigendes Verformungsverhalten mit Übergang spröde / duktil	salztyp 1
Übergang spröde/duktil: σ_{3t}	s3t
Tabellen-Nr. $\sigma_D = f(\varepsilon^P)$	drtab
Tabellen-Nr. $\sigma_{MAX} = f(\varepsilon^P)$	fltab
Tabellen-Nr. $\sigma_\phi = f(\varepsilon^P)$	mtab
Tabellen-Nr. $\tan \beta_0 = f(\varepsilon^P)$	tan_beta0tab
Tabellen-Nr. $\sigma_\Psi = f(\varepsilon^P)$	psitab
Tabellen-Nr. $\sigma_Z = f(\varepsilon^P)$	tentab
elastischer Kompressionsmodul: K	bulk (bulk_r)
elastischer Schermodul: G_M	shear_M (shear_r)
Kelvin Schermodul: G_K	shear_K
Kelvin Viskosität: η_K	vis_K
Maxwell Viskosität: η_M	vis_M
Spannungsexponent: m	m2
Materialparameter: f zur Reduzierung der elast. Moduln	fgk
Ausgabeparameter	
akkumulierte plastische Scherverformung akkumulierte plastische Zugverformung plastische Volumenverformung (Dilatanz)	epdev epten dvol

In Tabelle 1.1 sind die für das Stoffmodell erforderlichen Ein- / Ausgabeparameter zusammengestellt. Das visko-elasto-plastische Stoffmodell kommt mit 13 Materialparametern aus, die wie folgt den einzelnen Modellansätzen bzw. Verformungsanteilen zuzuordnen sind:

2 elastische Materialparameter:	Kompressionsmodul	K
	Schubmodul	G_M
4 visko-elastische Materialparameter:	Kelvin Schermodul	G_K
	Kelvin Viskosität	η_K
	Maxwell Viskosität	η_M
	Spannungsexponent	m
7 plastische Materialparameter:	Druckfestigkeit	σ_D
	max. effektive Festigkeit	σ_{MAX}
	Krümmungsparameter (Fließ- bzw. Bruchgrenze)	σ_ϕ
	Anstieg Dilatanzkurve	$\tan\beta_0$
	Krümmungsparameter (Dilatanzfunktion)	σ_ψ
	Zugfestigkeit	σ_Z
	Materialparameter (Reduzierung elast. Moduln)	f

Die Abhängigkeit der Festigkeitsparameter von der plastischen Verformung wird tabellarisch berücksichtigt. Durch Interpolation während der numerischen Berechnung werden die der aktuellen plastischen Verformung entsprechenden Fließparameter bestimmt. Diese Vorgehensweise gestattet die Abbildung unterschiedlicher nichtlinearer Zusammenhänge zwischen Spannungen und plastischen Verformungen. Das visko-elasto-plastische Stoffmodell läuft in den verschiedenen Rechencodes sehr stabil. Es ist in der Lage sowohl langsam ablaufende Deformationsprozesse im Salzgebirge als auch dynamische Vorgänge abzubilden.

Das Stoffmodell ist im Rahmen der Führung von Nachweisen zur geotechnischen Sicherheit, der Bewertung der Standsicherheit und Berechnungen zum Nachweis der Langzeitsicherheit sowie der mechanischen Integrität geologischer Barrieren aus Steinsalz und Salzton mit Modellsimulation geomechanischer Grenzzustände bei extremen dynamischen Beanspruchungen für verschiedene Objekt eingesetzt worden:

UTD Zielitz	
UTV Unterbreizbach	(MINKLEY, 2004a)
Versatzbergwerk Teutschenthal	(MINKLEY & MENZEL, 1999)

Versatzbergwerk Merkers (MINKLEY & MÜHLBAUER, 2005)

Forschungsbergwerk Asse (KAMLOT et al., 2006)

Darüber hinaus wird das entwickelte visko-elasto-plastische Stoffmodell im Kali- und Steinsalzbergbau sowie Kavernenbau bei der Dimensionierung von Grubenhohlräumen und Tragelementen im Carnallitit, Sylvinit und Steinsalz eingesetzt.

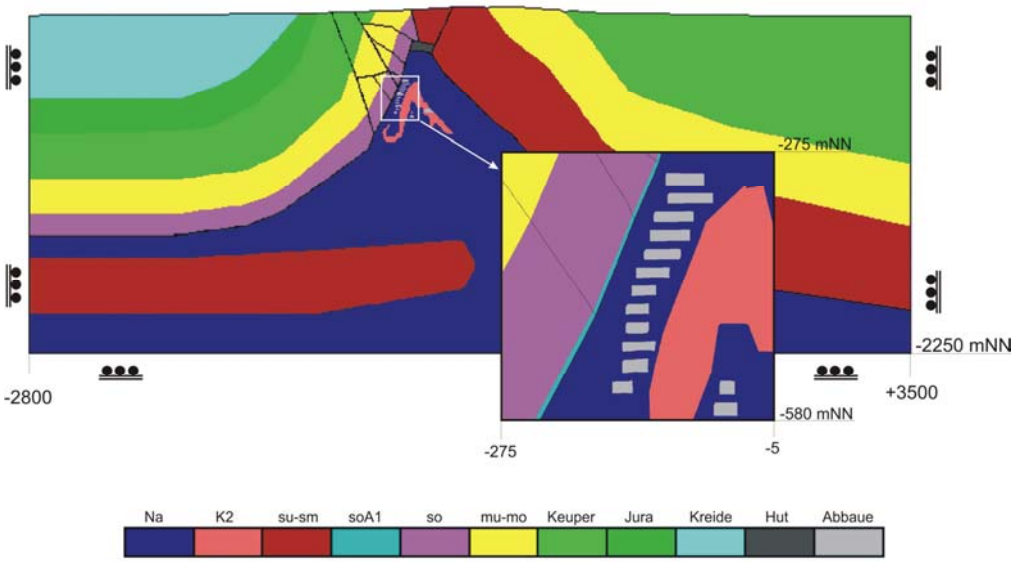


Abb. 12: Gebirgsmechanisches Strukturmodell durch den Asse-Sattel (FLAC-Modell)

Als Anwendungsbeispiel zeigt Abb. 12 ein ebenes gebirgsmechanisches Strukturmodell durch den Asse-Sattel mit einer Breite von 6,3 Km und einer Höhe von etwa 2,4 Km.

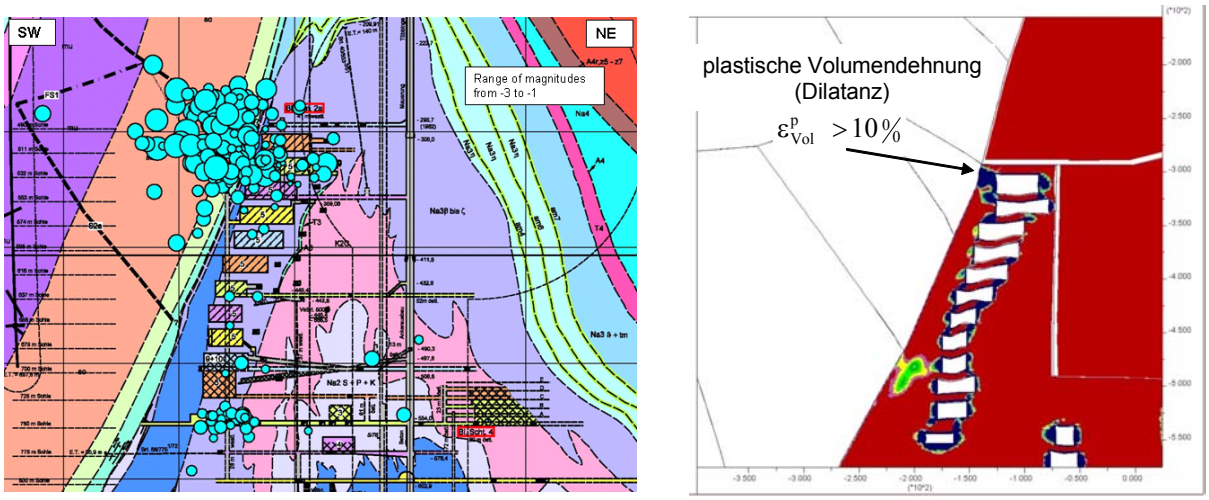


Abb. 13: Berechnete plastische Volumendehnungen (rechts, FLAC - Modellausschnitt) und gemessene mikroseismische Aktivität (links, KAMLOT et al.,2006)

Das mechanische Verhalten der Salzgesteine Leine-Steinsalz, Staßfurt-Steinsalz und Staßfurt-Carnallitit wurde im Berechnungsmodell in der Umgebung der Abbaue mit Hilfe des visko-elasto-plastischen Stoffmodells beschrieben. Im Modell nachgebildet wurde die Abbaugeschichte des Asse-Bergwerkes von 1909 bis 1964 und anschließend der sich bis zur Gegenwart einstellende zeitabhängige Entfestigungsprozess im Tragsystem analysiert. Aus den Berechnungen und in-situ-Befunden geht hervor, dass sich die Schweben und Pfeiler an der Südflanke der Asse im post-failure-Bereich befinden. Ein weiteres Ergebnis der Berechnungen ist die Ausweisung einer markanten dilatanten Zone im Niveau der 511 m Sohle, wo die Mächtigkeit des Leine-Steisalzes bis auf 15 m abnimmt. Die berechnete Größe der Scherdilatanz (Abb. 13) lässt die Schlussfolgerung zu, dass ein Versagen der Integrität der Steinsalzbarriere in diesem Gebiet vorliegt. Tatsächlich dringen im Teufenintervall zwischen 511 m und 553 m Salzlösungen in das Grubengebäude ein. In diesem Gebiet konzentrieren sich auch die mikroseismischen Ereignisse (Abb. 13).

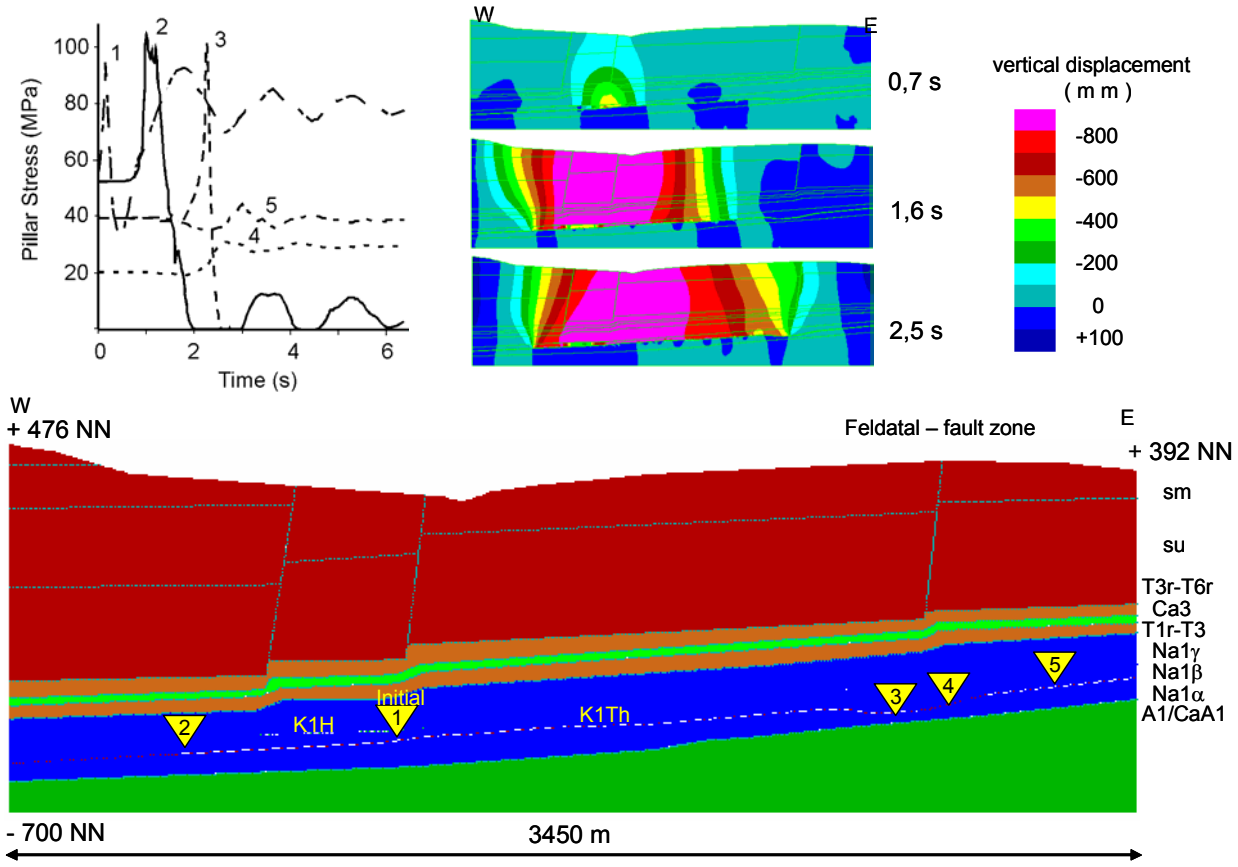


Abb. 14: Gebirgsmechanisches Strukturmodell Westfeld Merkers (UDEC-Modell) oben links: Zeitliche Entwicklung des Pfeilerbruchvorganges im Carnallitit der 2. Sohle, oben rechts: Vertikales Verschiebungsfeld zu verschiedenen Zeit ständen nach Gebirgsschlagauslösung

Als Anwendungsbeispiel für einen dynamischen Vorgang zeigt Abb. 14 die Rückrechnung zum Gebirgsschlag Völkershausen 1989 (MINKLEY, 2004b). Das gebirgsmechanische Berechnungsmodell basiert auf einem geologischen W-E-Profilschnitt, der durch das Bruchfeld vom 13.03.1989 verläuft. Als Berechnungsprogramm wurde der diskontinuumsmechanische Rechencode UDEC (2000) gewählt, in den das visko-elasto-plastische Stoffmodell als DLL-file geladen wurde.
Das Schichtpaket des Zechsteins vom Oberen Fulda-Ton (T3r) unterhalb der Basis des Buntsandstein-Deckgebirges bis zum im Liegenden befindlichen Unteren Werra-Anhydrit (A1) wurde im gebirgsmechanischen Modell einheitlich mit dem visko-elasto-plastischen Stoffmodell beschrieben, unter Ansatz der für die einzelnen Salinargesteine typischen Eigenschaften für Verfestigung/Entfestigung und Dilatanz sowie der viskosen, das Kriechverhalten der Gesteine bestimmenden Eigenschaften. Die Berechnungen zum statischen Ausgangszustand vor dem Gebirgsschlag unter gleichzeitiger Wirkung von Entfestigung und Kriechen wurden über einen Zeitraum von 20 Jahren durchgeführt.

Das Initial für den Gebirgsschlag lieferte eine Sprengung an einem Carnallititpfeiler der 2. Sohle. Der Bruchvorgang wird in der Berechnung nach 2,5 Sekunden am östlichen Baufeldrand gestoppt (Abb. 14, Pkt. 3). Die seismologischen Untersuchungen kamen ebenfalls zu dem Ergebnis, dass die Ausbreitung des Bruchprozesses über das gesamte Grubenfeld innerhalb einer Zeitspanne von 2…3 Sekunden abgelaufen ist (AHORNER, 1991). Der kettenreaktionsartige Pfeilerbruchvorgang in der dynamischen Berechnung ist damit in guter Übereinstimmung mit dem realen zeitlichen Ablauf des Gebirgsschlagprozesses.

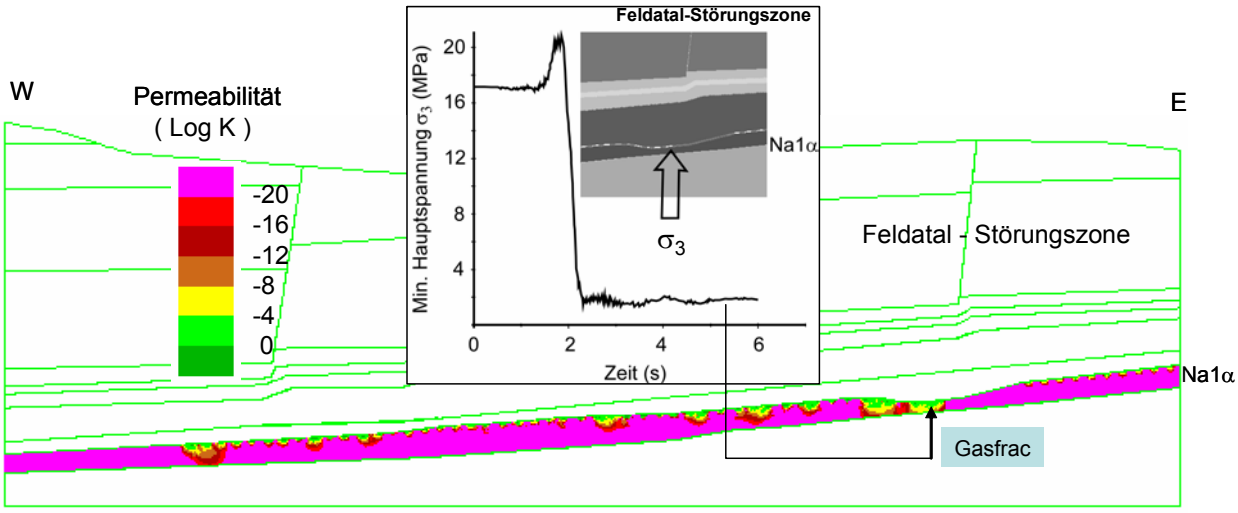


Abb. 15: Abfall der minimalen Hauptspannung an der Basis des Unteren Werra – Steinsalzes unter dem östlichen Bruchfeldrand und berechnete Permeabilität 6 Sekunden nach Gebirgsschlagauslösung

In Abb. 14 oben ist das berechnete vertikale Verschiebungsfeld im Gebirge zu verschiedenen Zeitständen nach Auslösung des Bruchvorganges dargestellt. Die dynamisch eingetretene Absenkung der Tagesoberfläche erreicht in der Berechnung im Senkungszentrum etwa 1 m, vom Betrag her die gleiche Größenordnung wie in der nach dem Gebirgsschlag durchgeführten Senkungsmessung.

Die Gebirgsschlagauswirkungen auf die geologische Steinsalzbarriere im Liegenden sind in Abb. 15 dargestellt. Nach Durchlaufen der Druckwelle vor der Bruchfront fällt verbunden mit dem Konvergenzsprung im Abbauhorizont die minimale Hauptspannung an der Basis des Unteren Werra-Steinsalzes im Gebiet der Feldatal-Störungszone unter dem östlichen Bruchfeldrand schlagartig um etwa 15 MPa auf wenige MPa ab. Das Subsalinar wird seit Jahrzehnten zur Förderung von CO_2 genutzt. In Bohrungen wurde ein CO_2-Gasdruck von 7…7,5 MPa angetroffen. Aus dem berechneten sekundären Spannungsfeld nach dem Gebirgsschlag folgt, dass der Sicherheitsfaktor gegenüber einem Aufreißen der liegenden Steinsalzbarriere im Bereich der Ausdünnung (< 30 m) des Unteren Werra-Steinsalzes durchgehend vom Niveau der Abbausohle bis zur Oberkante des Unteren Werra-Anhydrits weit unter 1 liegt. Bei anstehendem Gasdruck an der Basis des Unteren Werra-Steinsalzes in der angegebenen Größenordnung musste es zwangsläufig infolge des Gebirgsschlages in besagtem Gebiet aufgrund der starken Liegendentspannung mit Scherdilatanz zu einem Gasfrac kommen. Unmittelbar nach dem Gebirgsschlag ist am südöstlichen Bruchfeldrand, aus Rissen und Spalten in der Streckensohle austretendes CO_2 festgestellt worden.

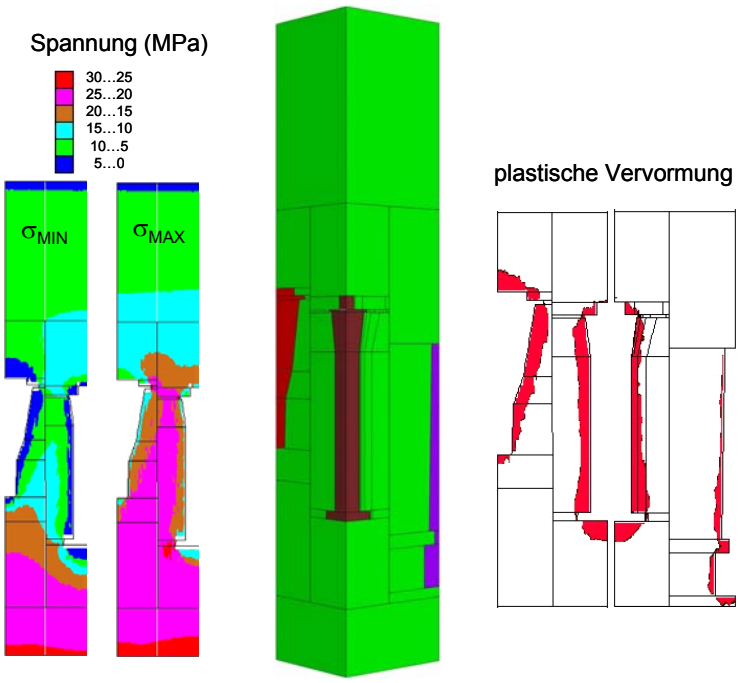


Abb. 16: Stabilitätsverhalten von Speicherkavernen (3DEC-Modell)

Das folgende Beispiel zeigt die Anwendung des visko-elasto-plastischen Stoffmodells in einem 3DEC Modell zum Stabilitätsverhalten von Gasspeicherkavernen im Steinsalz. Es ist der kritische Fall des vollständigen Druckverlustes (blow-out) in den relativ dicht beieinender liegenden Kavernen betrachtet worden. Wie aus Abb. 16 hervorgeht, würden die Kavernen bei diesem worst case in Abhängigkeit von der angelegten Kavernenform unterschiedlich starke Schädigungen im Konturbereich erfahren.

Das letzte Beispiel der Anwendung des visko-elasto-plastischen Stoffmodels demonstriert die drei Kriechphasen primäres, sekundäres und tertiäres Kriechen an einem einfachen Kammer-Pfeiler-Modell im Steinsalz. Die Pfeiler mit einem Verhältnis Pfeilerbreite zu Pfeilerhöhe von 0,6 sind sehr schlank. Die gewählte Pfeilerbelastung von 17,2 MPa liegt oberhalb der Dilatanzgrenze des Steinsalzes. Nach einer Standzeit von 6 Jahren versagt der Pfeiler im Berechnungsmodell durch einen Pfeilerkriechbruch. Bei der geringen Pfeilerbreite entwickelt sich ein Scherband das durch den Pfeilerkern verläuft. In Abb. 17 ist die Entwicklung der entfestigten Scherzone für verschiedene Zeitstände dargestellt.

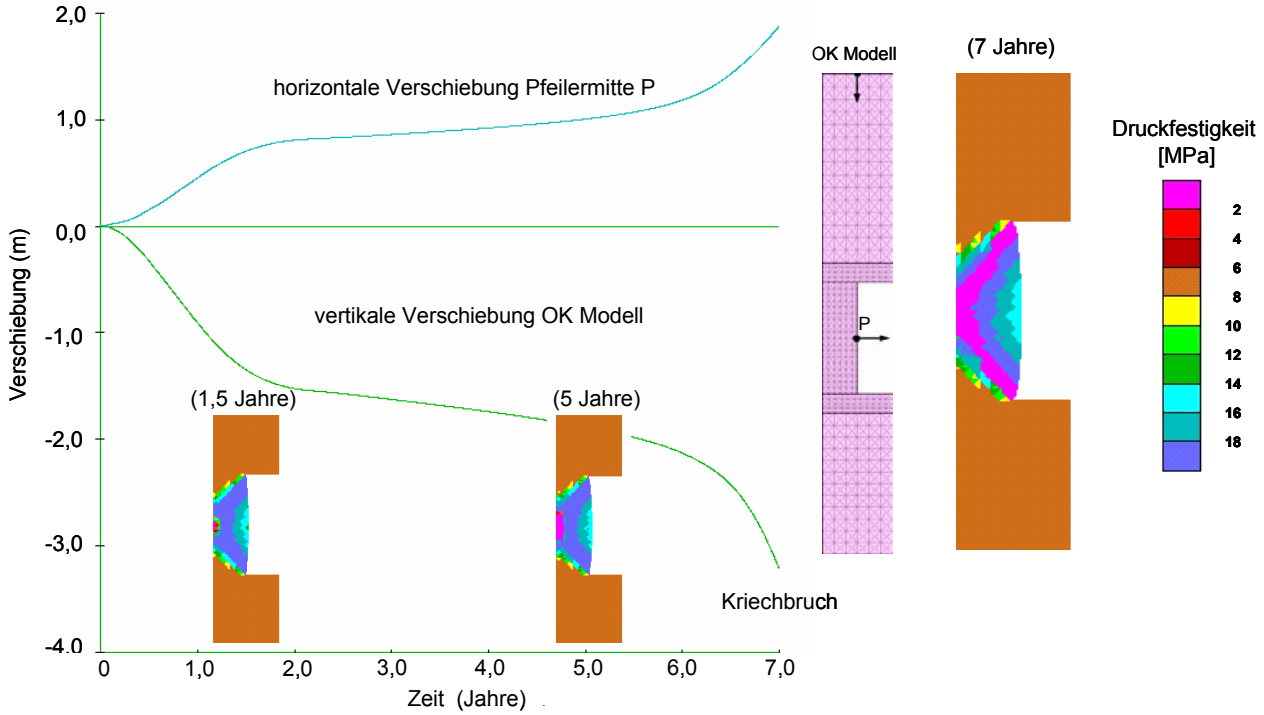


Abb. 17: Kammer-Pfeiler-Modell für schlanke Steinsalzpfeiler mit einem Verhältnis Pfeilerbreite zu Höhe B:H = 0,6 und berechnetes Tragverhalten (UDEC-Modell)

2 Parameterbestimmung auf der Grundlage von Laboruntersuchungen zum mechanischen Verhalten von Staßfurt-Steinsalz der Grube Sondershausen

2.1 Bestimmung der Festigkeits- und Dilatanzparameter auf der Grundlage von Triaxialversuchen und Vergleich mit den Versuchsergebnissen

Die Festigkeits- und Dilatanzparameter für das visko-elasto-plastische Stoffmodell werden im Ergebnis triaxialer Festigkeitsversuche bestimmt, bei denen zylindrische Probekörper im gesteinsmechanischen Labor bei unterschiedlichem Manteldruck mit einer konstanten Verformungsgeschwindigkeit gestaucht werden. Dabei werden Spannungsentwicklung und Volumenzunahme gemessen und in einem Diagramm abhängig von der Axialverformung aufgetragen (Anlagen 1 und 2). Durch das Entstehen von Mirorissen (Schädigung) im Vorbruchbereich nimmt das Volumen des Probekörpers bereits weit vor dem Erreichen der Spitzenfestigkeit zu, was typisch für Steinsalz ist. Die schädigungsinduzierte Verformung ist das Resultat lokaler Festigkeitsüberschreitungen und wird deshalb als plastische Verformung ε^p bezeichnet. Im visko-elasto-plastischen Stoffmodell ist die plastische Deformation deshalb der Deformationsbetrag, der bei Spannungszuständen oberhalb der Dilatanzgrenze akkumuliert wird. Die Dilatanzfestigkeit ist dabei die Spannung, die im Minimum der Dilatanzkurve gemessen wird (Anlage 3). Bei Überschreitung der Dilatanzgrenze treten somit plastische Deformationen auf und es gilt:

$$\sigma = \sigma_{Dil} \quad \Rightarrow \varepsilon_{Vol} = \varepsilon_{Vol,MIN} \text{ bzw. } \frac{d\varepsilon_{Vol}}{d\varepsilon} = 0 \quad \Rightarrow \varepsilon^p = 0$$

$$\sigma > \sigma_{Dil} \quad \Rightarrow \frac{d\varepsilon_{Vol}}{d\varepsilon} > 0 \quad \Rightarrow \varepsilon^p > 0$$

Die Dilatanzgrenze wird als untere Fließgrenze des Gesteins im pre-failure-Bereich aufgefasst. Sie lässt sich nach Gl. (2.35) als Funktion der wirkenden Minimalspannung σ_3 mit den folgenden drei Parametern beschreiben (Abschnitt 1.2.4):

- Einaxiale Druckfestigkeit $\sigma_{D,Dil}$
- Maximale effektive Festigkeit $\sigma_{MAX,Dil}$
- Krümmungsparameter der Festigkeitskurve $\sigma_{\Phi,Dil}$

Zur Parameterbestimmung wird die Spannungs-Verformungs-Kennlinie in Abhängigkeit von der plastischen Verformung ε^p in geeigneten Intervallen abgriffen. So entstehen, abhängig vom jeweiligen Manteldruck σ_3, Wertepaare ($\sigma_{eff}, \varepsilon^p$), mit denen sich Ver- und Entfestigung (σ_{eff}) durch charakteristische Stützstellen (ε^p) beschreiben lassen. Anschließend werden die Spannungswerte der Stützstellen (σ_{eff}) mit gleicher plastischer Verformung ε^p in Abhängigkeit von σ_3 in einem Diagramm aufgetragen und nach Gl. (2.2) ausgelichen. Jede auf diese Art und Weise erzeugte Festigkeitskurve ist einer konkreten plastischen Deformation zugeordnet, was natürlich auch für die entsprechenden Kurvenparameter σ_D, σ_{Max} und σ_ϕ gilt. Für Steinsalz Sondershausen entstehen die in Anlage 4 dargestellten Festigkeitskurven, deren Parameter tabellarisch in das visko-plastische Modell eingehen (Tabelle 2.1).

Tabelle 2.1: Steinsalz Sondershausen - Festigkeitsparameter für das visko-elasto-plastisches Stoffmodell

ε^P [%]	σ_D [MPa]	σ_{Max} [MPa]	σ_ϕ [MPa]
0	10,2	21,4	0,81
2	24,4	34	0,85
4	28,4	39	0,65
6	33,5	48,2	3,2
7	34,5	49	3,3
9	33,5	51	2,1
10	31	52	1,6
11	23	51,7	0,78
12	5	53	0,43
13	0	55,3	0,52
14	0	60	0,9
15	0	64	1,15
16	0	77	2,5
17	0	85	3,6
18	0	90	4
19	0	95	4,5
20	0	100	5
21	0	120	7
22	0	140	9
23	0	160	11
24	0	200	15
25	0	250	22
28	0	300	30
30	0	120	10

Ähnlich erfolgt auch die Ableitung der Dilatanzparameter für das Stoffmodell. Der Anstieg der Dilatanz-Verformungskurve $\tan\beta = \frac{\Delta\varepsilon_{Vol}}{\Delta\varepsilon}$ wird stückweise linear aus dem Kurvenverlauf abgegriffen. Für jedes Kurvensegment wird als Nährung ein konstanter Anstieg der Dilatanz angenommen, der in einem bestimmten Größenbereich der plastischen Deformation gültig ist. Die für die Dilatanzfunktion N_ψ entsprechend Gleichung (2.32) erforderlichen Parameter $\tan\beta_0$ und σ_ψ werden in Abhängigkeit von der plastischen Deformation ε^p durch Ausgleich bestimmt. Anlage 6 zeigt die Dilatanzfunktion N_ψ, mit der mit den in Tabelle 2.2 angegebenen Parametern in Abhängigkeit von der plastischen Deformation ε^p die plastische Volumenzunahme im visko-elasto -plastischen Stoffmodell beschrieben wird.

Tabelle 2.2: Steinsalz Sondershausen - Dilatanzparameter für das visko-elasto-plastische Stoffmodell

ε^p [%]	$\tan\beta^0$ [-]	σ_ψ [MPa]
0	0,57	0,7
0,5	0,59	0,8
1	0,63	0,9
2	0,72	1
4	0,78	1,2
7	1,1	1,4
10	2	1,4
15	1,1	3,5
20	0,2	100
25	0,001	100

Die Anlagen 5 und 7 zeigen die mit den abgeleiteten Parametern berechneten Spannungs-Verformungskurven und den Verlauf der Dilatanzkurven im Vergleich mit den Versuchs-ergebnissen. Es ist zu erkennen, dass das typische Dilatanz- und Festigkeitsverhalten mit dem visko-elasto-plastische Stoffmodell in guter Näherung beschrieben wird. Insbesondere im unteren Einspannungsbereich, der für die Stabilität von Tragelementen besonders wichtig ist, werden Spitzen und Restfestigkeit sowie das Entfestigungsverhalten realitätsnah wiedergegeben. Auch das berechnete Dilatanzverhalten bildete die Messwerte gut ab, wobei die typischen Abhängigkeiten der Dilatanz von der kleinsten Hauptspannung und von der plastischen Deformation richtig beschrieben werden.

2.2 Numerische Berechnungsbeispiele zum Festigkeits- und Dilatanzverhalten

Zusätzlich zur semianalytischen Nachrechnung der Festigkeitsversuche an Steinsalz aus der Maschinenstrecke EU1 Sondershausen wurden mit FLAC unter Einbindung des visko-elasto-plastischen Stoffmodells einige vergleichende Berechnungen durchgeführt.
Für eine Testrechnung mit einem Element sind in Abb.18 für den Fall einaxialer Belastung (σ_3 = 0) die berechnete Tragfähigkeitskurve und die Volumenverformung dargestellt. Mit Erreichen des Tragfähigkeitsabfalls im Nachbruchbereich wächst die Volumenverformung stärker an, wie es auch im Versuch festgestellt wird (Anlage 7).

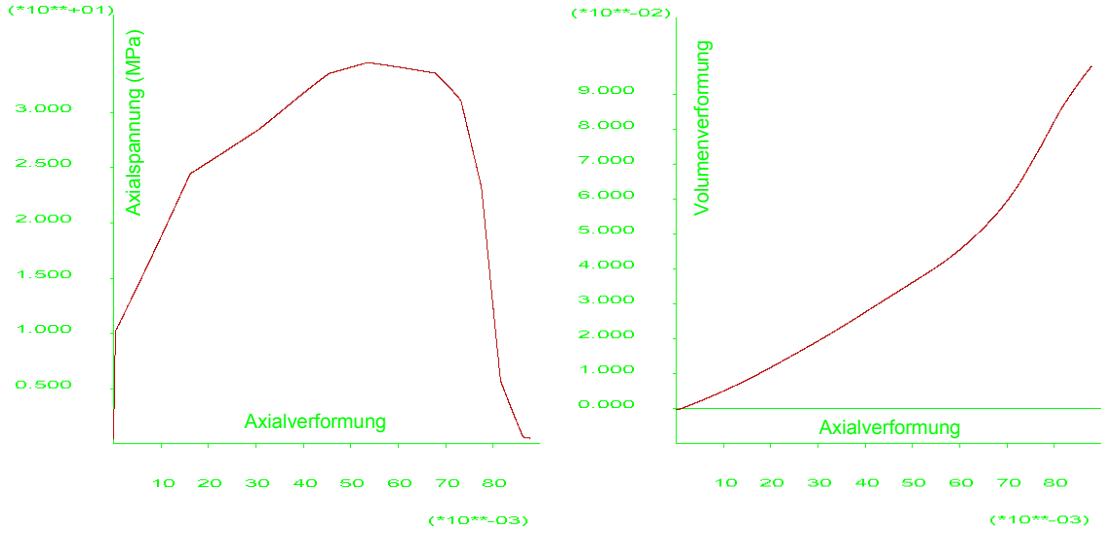


Abb. 18: Visko-elasto-plastisches Stoffmodell: FLAC-Rechnung mit 1 Element

Der einaxiale Druckversuch ist darüber hinaus mit einem ebenen FLAC-Modell und einer Vernetzung des Prüfkörpers von 10 x 20 Elementen nachgerechnet worden. Die Belastung wurde im Modell über Stahlstempel eingeleitet (Abb. 19). Untersucht wurde der Einfluss der Endflächenreibung auf das Berechnungsergebnis. Wird die Querdehnung des Prüfkörpers durch Reibung und Kohäsion an den Endflächen stark eingeschränkt, entstehen Druckkegel, die den Bruchvorgang beeinflussen. Unterhalb bzw. oberhalb der Druckkegel bilden sich die nach der MOHR-COULOMB'schen Theorie typischen Scherzonen aus, die zum Versagen des Prüfkörpers führen. Beim visko-elasto-plastischen Stoffmodell ändern sich während der plastischen Formänderung die Fließgrenze und damit die Festigkeitseigenschaften. Abb.19 zeigt einen Flächenplot der Druckfestigkeitsverteilung im Prüfkörper am Ende der Belastung. Man erkennt, dass ausgehend von den Endflächen im Prüfkörper innerhalb der Druckkegel eine Verfestigung stattgefunden hat. Die Druckfestigkeit steigt bis auf 30 MPa an und fällt am Rand der Druckkegel schnell ab. Der rote Bereich kennzeichnet den stark entfestigten Bereich im Prüfkörper mit Druckfestigkeiten von 0…5 MPa. An der Mantelfläche des

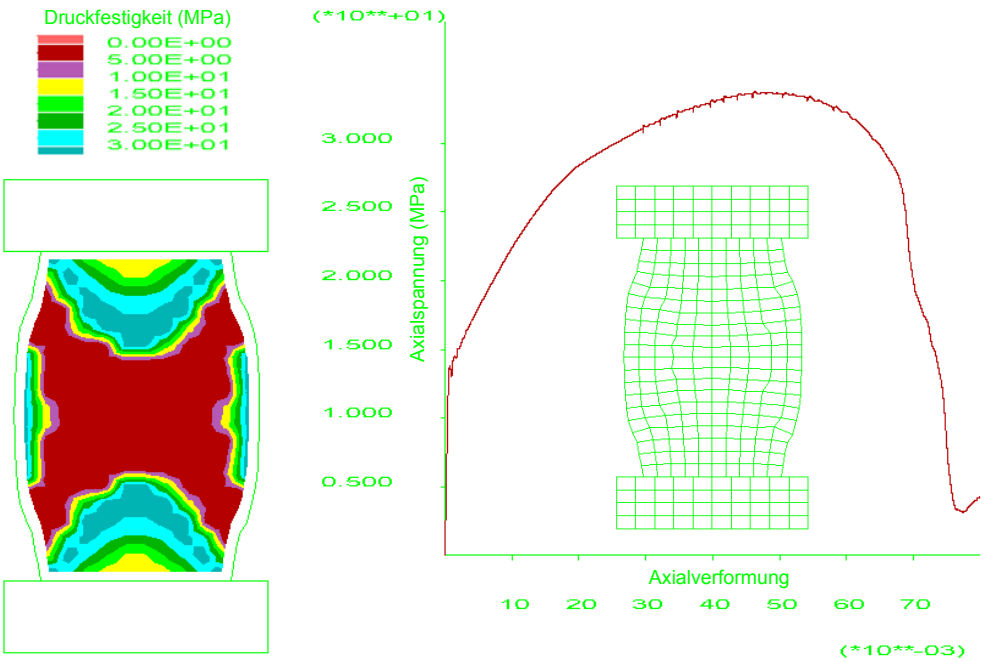


Abb. 19: Berechnung einaxialer Druckversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=15°, Kohäsion C=1 MPa Druckfestigkeit und Spannungs-Verformungs-Diagramm

Prüfkörpers sind ebenfalls Bereiche erkennbar, welche noch weitgehend intakt sind und sich während der plastischen Verformung verfestigt haben.

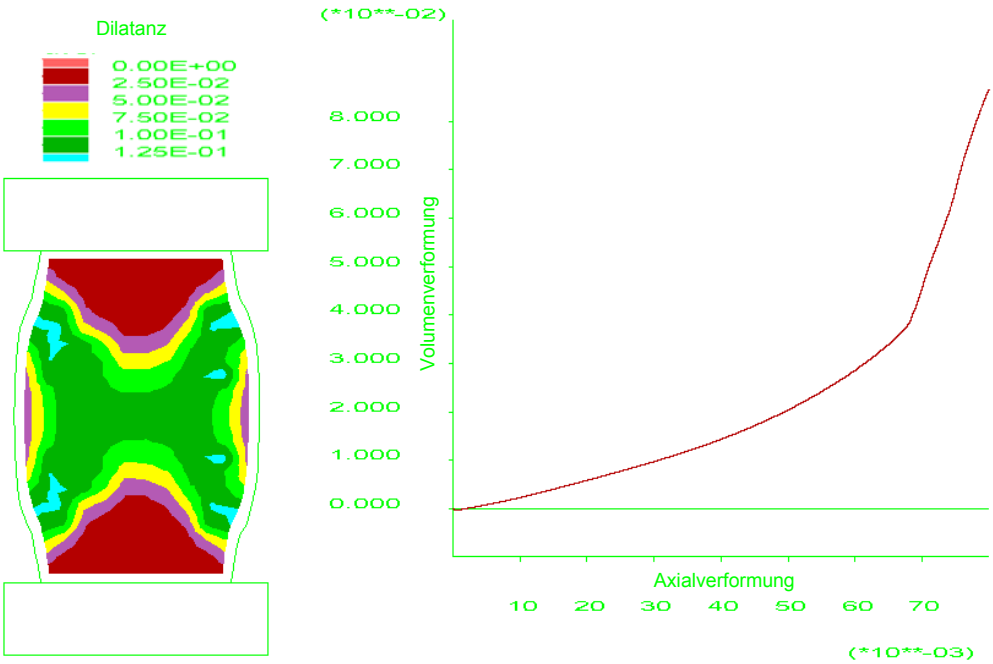


Abb. 20: Berechnung einaxialer Druckversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=15°, Kohäsion C=1 MPa Volumenverformung

Die Darstellung der Volumenverformung verdeutlicht die Anlage der Scherbänder im Prüfkörper. Innerhalb der Druckkegel sind die dilatanten Verformungen unterdrückt. In den

Bereichen, wo die Scherbände die Mantelfläche erreichen sind stärkere Ausbeulungen eingetreten, die in Richtung des mittleren Umfanges abflachen (Abb. 20).

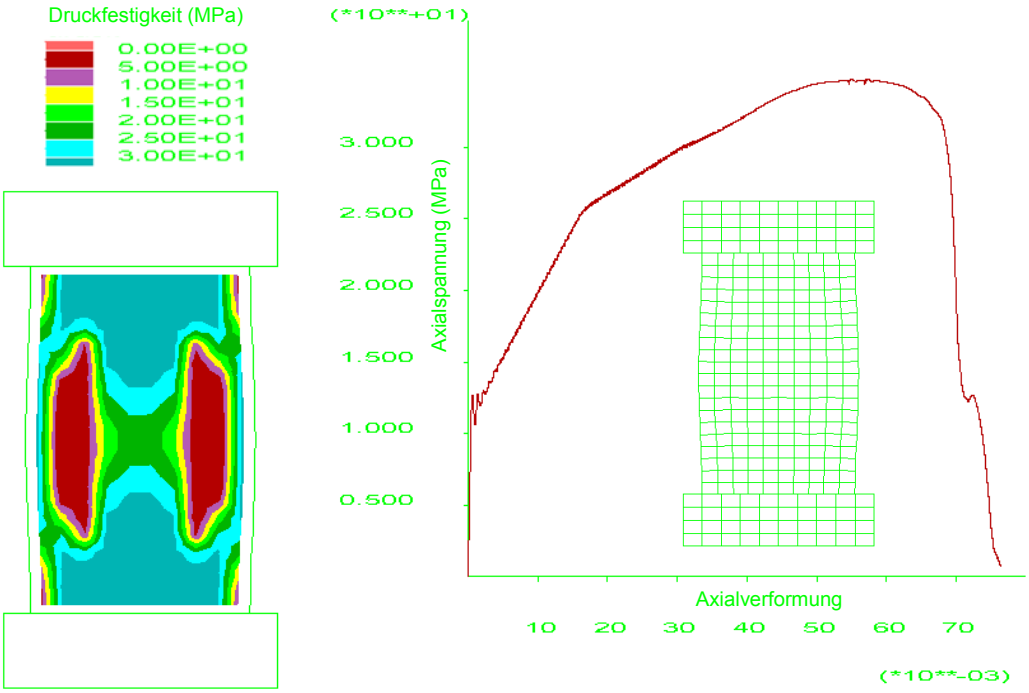


Abb. 21: Berechnung einaxialer Druckversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=1°, Kohäsion C= 0 MPa Druckfestigkeit und Spannungs-Verformungs-Diagramm

In einer weiteren Berechnungsvariante zum einaxialen Druckversuch wurde die Endflächenreibung auf ein Grad reduziert und die Kohäsion Null gesetzt, was geschmierten Endflächen entspricht. Der Versagensmechanismus ändert sich dadurch. Die geringe Querdehnungsbehinderung führt dazu, dass sich die entfestigten Zonen axial ausrichten (Abb. 21). Der Prüfkörper baucht weniger stark aus und der Tragfähigkeitsverlust vollzieht sich als Folge der axialen Rissbildung sprödbruchartiger mit steilerem Abfall.

Ein Beispiel für einen Triaxialversuch mit Endflächenreibung und Kohäsion ist in Abb. 22 dargestellt. Der Tragfähigkeitsabfall verläuft moderat und der Prüfkörper verformt sich mit gleichförmiger Ausbauchung, fließbruchartig (Abb. 23) wie es im Experiment bei derartigen Einspannungen beobachtet wird.

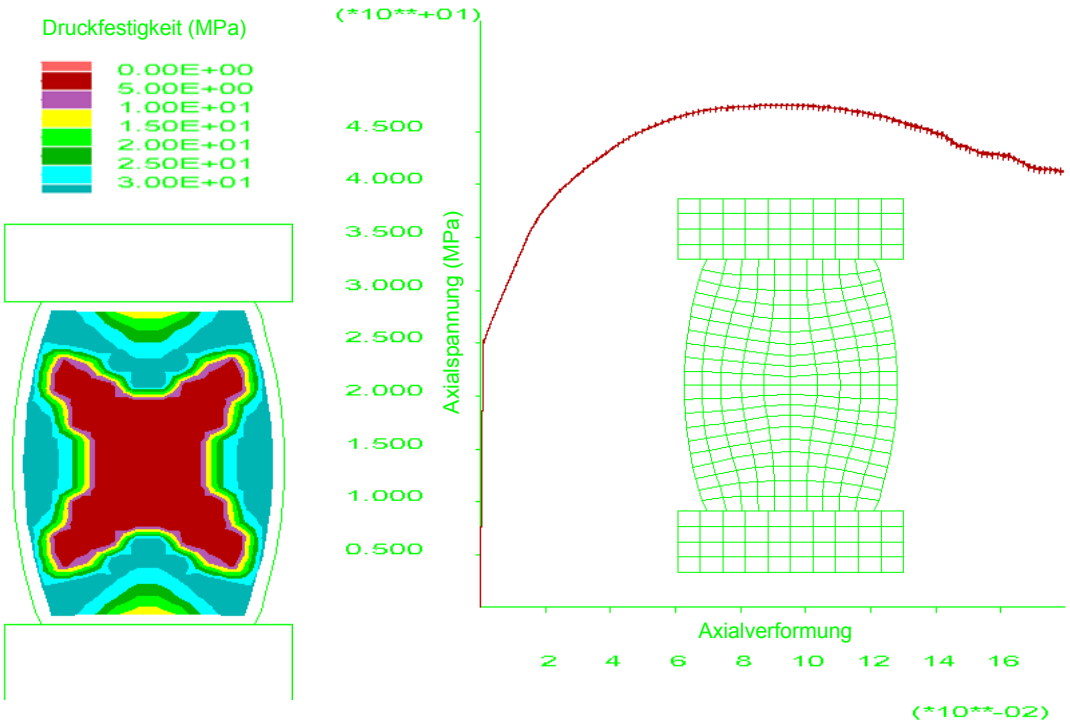


Abb. 22: Berechnung Triaxialversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=15°, Kohäsion C= 1 MPa Druckfestigkeit und Spannungs-Verformungs-Diagramm

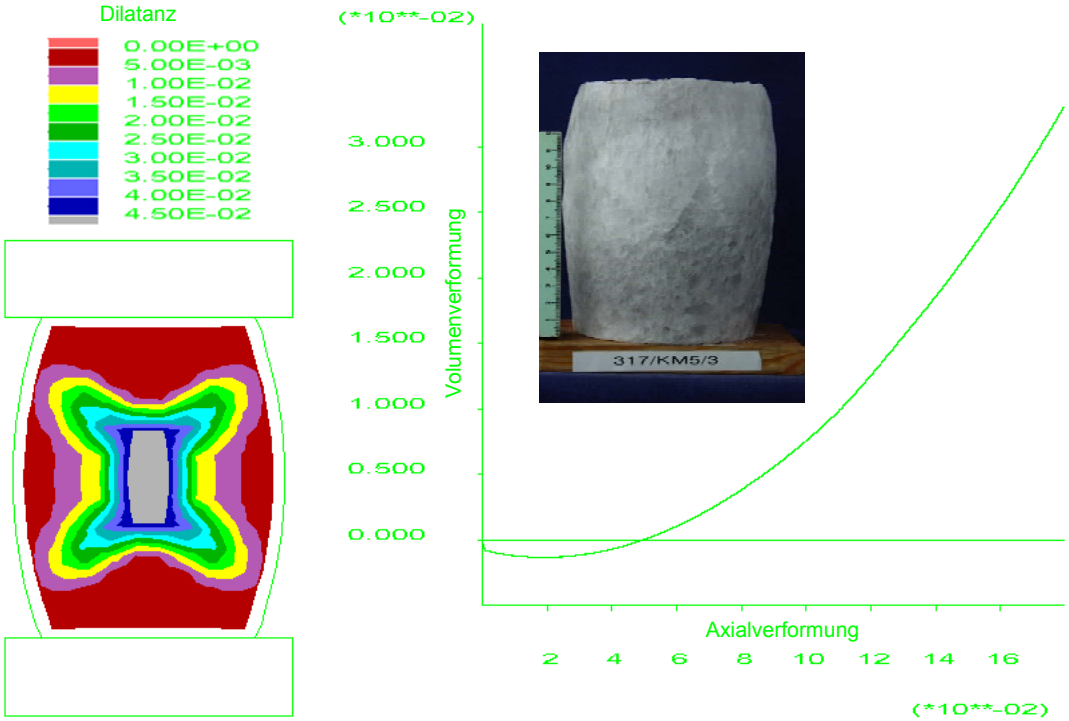


Abb. 23: Berechnung Triaxialversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=15°, Kohäsion C= 1 MPa Volumenverformung

2.3 Zweistufenkriechversuche und Bestimmung der Kriechparameter

An Staßfurtsteinsalz der Grube Sondershausen wurden 4 Kriechversuche mit jeweils zwei Laststufen durchgeführt. Alle Versuche sind zunächst mit einer Spannungsdifferenz von $\Delta\sigma$ = 16 MPa belastet worden. In der zweiten Laststufe wurde die Spannungsdifferenz auf $\Delta\sigma$ = 19 MPa, $\Delta\sigma$ = 22 MPa, $\Delta\sigma$ = 25 MPa bzw. $\Delta\sigma$ = 28 MPa gesteigert. Auf Grund der relativ großen Streubreite der Versuchergebnisse ist bei der geringen Anzahl von Versuchen eine optimale Parameteranpassung nicht möglich.

Zur Bestimmung der Kriechparameter für das Stoffmodell werden Kriechversuche mit konstanten Spannungsbedingungen benötigt, die über einen langen Zeitraum schädigungsfrei im Labor gefahren werden. Prinzipiell lässt sich das zeitabhängige Verhalten beim Kriechversuch analytisch mit den in Anlage 8 dargestellten Beziehungen beschreiben. Dies gilt aber nur für Versuche ohne Lastwechsel. Bei Versuchen mit mehreren Laststufen wird die Verfestigung in der Beschreibung des transienten Verhaltens mit den analytischen Beziehungen nicht erfasst. Da Zweistufenkriechversuche zur Parameterbestimmung verwendet vorliegen, werden die Kriechparameter durch numerische Rückrechnung am Einzelelement bestimmt, wodurch auch plastische Deformationsanteile Berücksichtigung finden.

Durch numerische Rückrechnung konnten folgende Parameter gefunden werden, mit denen sich das viskose Verhalten im Streubereich der Versuche beschreiben lässt (Anlage 9):

Kompressionsmodul	K	$=16\,GPa$
Kelvin-Schermodul	G^K	$=1\,GPa$
Kelvin-Viskosität	η^K	$=3\,GPa\cdot d$
Maxwell-Schermodul	G^M	$=10\,GPa$
Maxwell-Viskosität	η^M	$=1{,}3\cdot 10^6\,GPa\cdot d$
Spannungsexponent	$m2$	$=0{,}149$

Im Bereich größerer Spannungsdifferenzen scheint mit dem Parametersatz das stationäre Verhalten etwas überschätzt zu werden (Anlage 9). Vergleicht man die berechnete Kriechrate über der Zeit mit der gemessenen, so zeigt sich dass die Berechnung tatsächlich im Streubereich der vier Versuche liegt (Anlage 10). Auf jeden Fall ist aber die geringe Anzahl an Kriechversuchen nicht ausreichend, um eine gesicherte Parameterbestimmung

vorzunehmen. Deshalb ist es notwendig, den Parametersatz durch Rückrechnung von In-situ-Meßwerten zu präzisieren.

2.4 Nachrechnung zum Verhalten der Maschinenstrecke EU 1 Sondershausen und Vergleich mit In-situ-Messungen

Mit den in den Abschnitten 2.1 und 2.2 vorgestellten Festigkeit- und Kriechparametern für das visko-elasto-plastische Stoffmodell werden für eine konkrete In-situ-Situation das Konvergenzverhalten, die Dilatanzentwicklung und die Spannungsverteilung berechnet und mit vorhandenen Messwerten verglichen.

In der Grube Sonderhausen wurde vor ca. 35 Jahren die Maschinenstrecke EU 1 im Staßfurtsteinsalzes mit wenigen Metern Abstand zum liegenden, teilweise gasführenden Basalanhydrit mit einer Vollschnittmaschine aufgefahren. Nach Annäherung der Streckenortsbrust an einen Störungsbereich mit höher gelagertem Basalanhydrit, wurde beschlossen, den Bereich wegen der Gefahr eines Gasbläsers nicht zu durchörtern. Die Maschine wurde deshalb zurückgezogen, um die Störungszone weiträumig zu umfahren. Dadurch entstand ein singulär gelegenes und schonend aufgefahrenes Streckenende, in dem im Rahmen eines Dammbauforschungsprojektes ein Versuchsort eingerichtet wurde (Anlage 11). Für den Versuchsort liegen Frac-, Konvergenz- und Permeabilitätsmessungen vor.

Die Situation im Bereich des Versuchsortes wird mit einem ebenen Schnitt, der den Streckenquerschnitt abbildet, modelliert (Anlage 12). Zur Vereinfachung wird der liegende Basalanhydrit im Modell vernachlässigt, so dass das gesamte Modell mit einem einheitlichen Steinsalz-Parametersatz für das visko-elasto-plastische Stoffmodell beschrieben wird. Das numerische Modell besitzt eine Höhe von 200 m und eine Breite von 100 m (Anlage 12). Normalverschiebungen am unteren Modellrand und an den Modellseitenränder sind ausgeschlossen. Auf der Modelloberkannte wird eine Auflast von p = 15,7 MPa aufgebracht. Die Maschinenstrecke besitzt einen kreisrunden Querschnitt mit einem Durchmesser von 3 m. Das Modell bildet unter Ausnutzung der Symmetrie einen halben Streckenquerschnitt ab (Anlage 12), so dass der Versuchsort durch einen am linken Modellrand befindlichen Halbkreis mit einem Radius von R=1,5 m modelliert werden kann. Die Modellberechnungen wurden über einen Berechnungszeitraum von 35 Jahren durchgeführt.

Nach einer Standzeit von 35 Jahren beträgt die gemessene Streckenkonvergenzrate k_V = 1 mm/a. Werden in der Modellrechnung aus den Kriechversuchen im Labor bestimmten Kriechparameter (Abschnitt 2.3) angesetzt, ergibt sich eine Konvergenzrate von k_V = 1,8 mm/a. Damit wird das gemessene Konvergenzverhalten der Strecke in akzeptabler Näherung nachvollzogen. Vergleicht man aber die berechnete Minimalspannungsverteilung in der Streckenumgebung nach 35 Jahren mit den Ergebnissen der FRAC-Messung (Abb. 24 – blaue Rauten), so zeigt sich dass die berechneten Spannungsumlagerungen mit dem angesetzten Parametersatz nicht optimal beschrieben werden (Abb. 24 – rote Kurve).

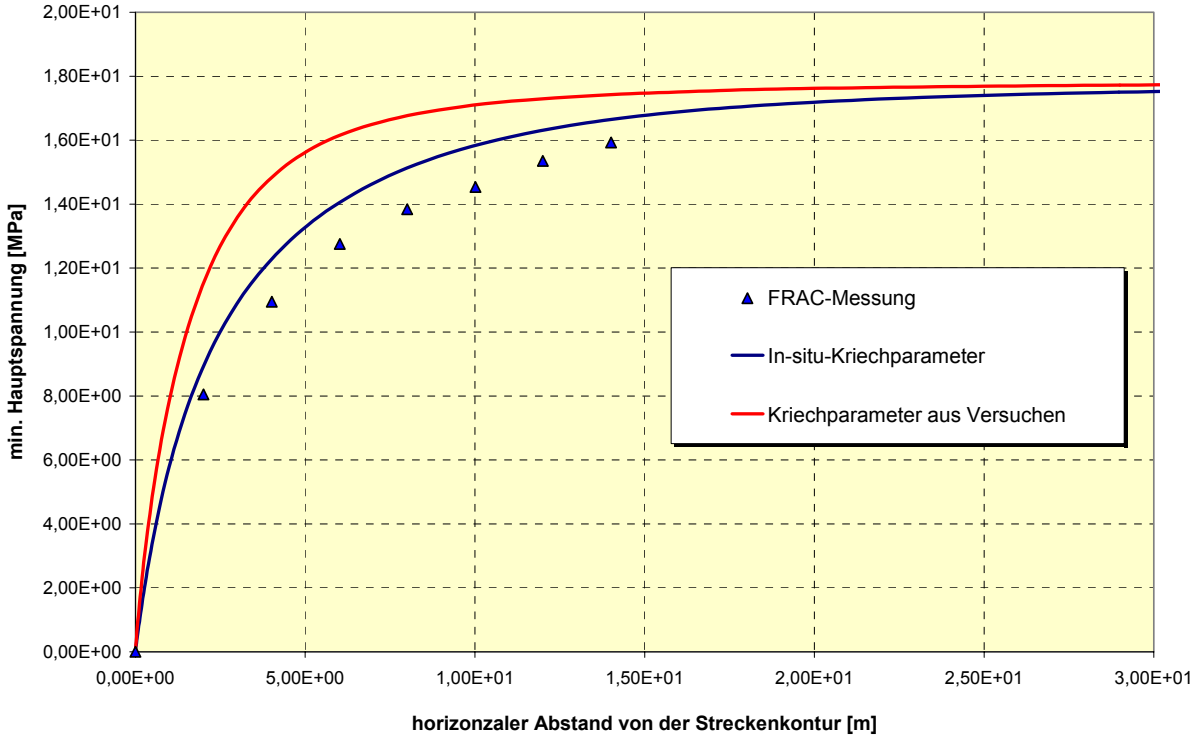


Abb. 24:: Berechnete Minimalspannungsverteilung in der Streckenumgebung der EU1 und FRAC-Messungen

Unmittelbar nach der Hohlraumschaffung im Modell ist die Spannungsverteilung elastisch geprägt, da durch die geringfügige plastische Sofortreaktion keine ausgeprägte plastische Zone in der Hohlraumumgebung entsteht. Die Maximalspannung steigt deshalb zur Kontur hin an, während die Minimalspannung abgesenkt ist. Dadurch entsteht in der Streckenumgebung ein großer Spannungsdeviator, der mit der Zeit durch Kriechen abgebaut wird. Durch das Kriechen wird in der Hauptsache die Maximalspannung abgebaut, aber Konvergenzbedingt reduziert sich auch die Minimalspannung im Gebirge weiter, so dass der durch die FRAC-Messungen belegte abgeflachte Spannungsaufbau im Gebirge entsteht.

Für die in Ansatz gebrachten Kriechparameter bedeutet dies, dass in der Anfangsphase der Berechnung das Steinsalz beim Wirken großer Deviatoren zu wenig kriecht, wodurch die Minimalspannung nicht genügend reduziert wird. Nach einer längeren Standzeit ist der wirkende Spannungsdeviator in der Streckenumgebung durch Kriechen abgebaut. Nach 35 Jahren Standzeit ist die berechnete Konvergenzrate aber fast doppelt so groß wie die gemessene. Das bedeutet, dass der Parametersatz für kleine Spannungsdeviatoren zu große Kriechraten liefert.

Es wurde deshalb für die Kriechparameter nachstehender In-situ-Datensatz bestimmt, mit dem das Konvergenzverhalten (mittlere Konvergenzrate im Zeitraum 20a - 35a Standzeit: $\bar{k}_v \approx 1\frac{mm}{a}$) und der Spannungsaufbau in der Hohlraumumgebung (Abb. 24 – blaue Kurve) in der numerischen Berechnung sehr gut nachvollzogen werden können:

Kompressionsmodul	K	$=16\,GPa$
Kelvin-Schermodul	G^K	$=30\,GPa$
Kelvin-Viskosität	η^K	$=1\,GPa\cdot d$
Maxwell-Schermodul	G^M	$=10\,GPa$
Maxwell-Viskosität	η^M	$=1{,}6\cdot 10^8\,GPa\cdot d$
Spannungsexponent	$m2$	$=0{,}35$

Mit diesem Datensatz wurden die Berechnungen zur EU1 und die Pfeilermodellrechnungen durchgeführt.

Nach einer Standzeit von 35 Jahren bildet sich eine gleichförmige, kreisförmige Spannungsverteilung um die Strecke heraus (Anlagen 13 und 14). Auf Grund der geringen Hauptspannungsdifferenz ($\sigma_{Diff} = \sigma_1 - \sigma_3 \approx 10\,MPa$) im unmittelbaren Konturbereich und der schon nach wenigen Dezimetern relativ hohen Einspannung (σ_3 > 2,5 MPa nach 30 cm – Anlage 13), wird eine mit einem Maximalwert von $\varepsilon_{Vol} < 1{,}2\,‰$ nur gering dilatante, schmale Auflockerungszone berechnet, die auf einen Abstand von maximal 30 cm vom Streckenstoß begrenzt ist (Abbildung 25 und Anlage 15). Dabei ist zu erkennen, dass sich die Größe der Auflockerung mit der Standzeit weiter ändert. Die Zunahme der Dilatanz ist aber nur auf eine schmale ca. 7 cm breite Konturzone beschränkt. Darüber hinaus verformt sich das Gebirge bereits nach ca. 1 Jahr Standzeit dilatanz- und somit schädigungsfrei.

Die berechnete Größe und Ausbildung der Auflockerungszone stimmt in der Größenordnung gut mit den Ergebnissen von Permeabilitätsmessungen in der Strecke überein.

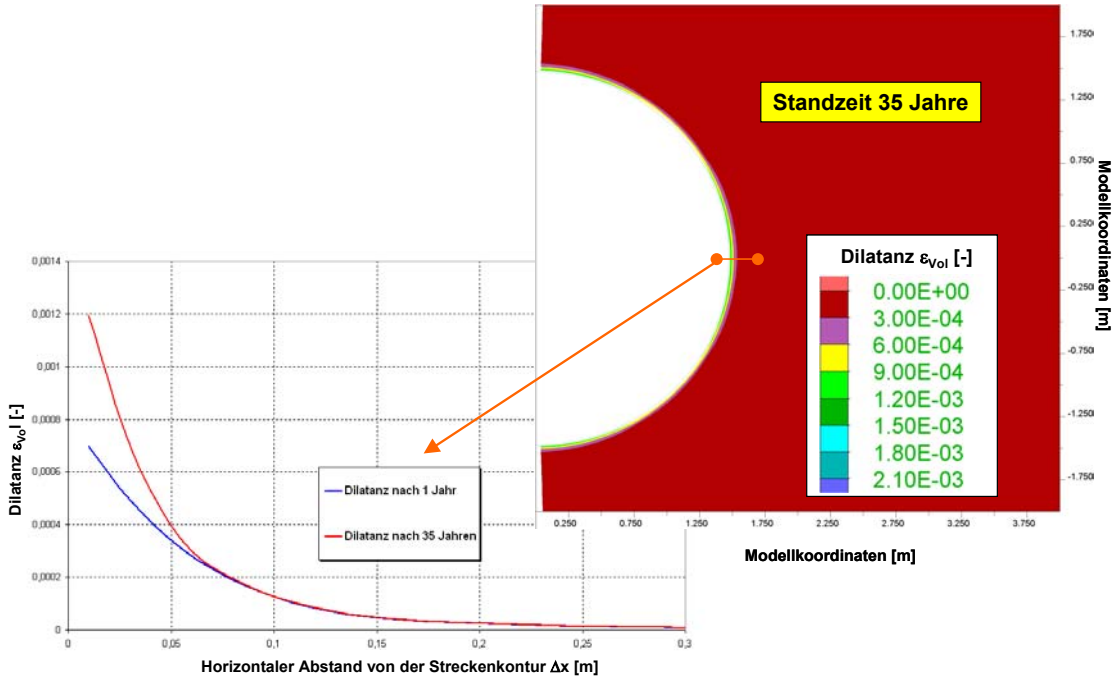


Abb. 25: Berechnete Auflockerungszone nach einer Standzeit von 1 bzw. 35 Jahren

2.2 Berechnung zum Verhalten von Steinsalzpfeilern bei unterschiedlicher Belastung

Die Nachrechnung des mechanischen Verhalten der Maschinenstrecke EU 1 erfolgte bei geringer Belastung. Zur Berechnung von Versagenszuständen mit anschließender Entfestigung ist das Beispiel nicht geeignet. Im Gewinnungsbergbau ist die Reduzierung der Abbauverluste aus ökonomischen Gründen ein wichtiger Faktor für die Abbauplanung. Tragelemente, wie Pfeiler und Schweben, werden deshalb oft schlank gebaut. Dadurch wird deren Standsicherheit zunehmend durch das Festigkeit- und Entfestigungsverhalten bestimmt. Für die Einschätzung der Standsicherheit von Tragelementen bzw. die Ableitung von Sicherungsmaßnahmen, ist deshalb eine realitätsnahe Berechnung zum Festigkeits- und Entfestigungsverhaltens von entscheidender Bedeutung.

Mit dem am In-situ-Verhalten angepassten Parametersatz wird das Tragverhalten eines fiktiven Langpfeilers im numerischen Modell untersucht. Der Modellpfeiler besitzt folgende geometrische Parameter:

Pfeilerbreite b_{Pf} = 20 m

Pfeilerhöhe h_{Pf} = 20 m

Kammerbreite b_K = 20 m

Der Pfeiler wird als Einzelpfeiler unter Ausnutzung der Symmetrie mit jeweils einer halben Kammerbreite und einer halben Pfeilerbreite modelliert (Anlage 16). Aus der angegebenen Pfeilerbreite und -höhe ergibt sich das Schlankheitsmaß von $\alpha = \frac{b_{Pf}}{h_{Pf}} = 1$ und aus dem Verhältnis zwischen Systembreite und Pfeilerbreite bei Langpfeilern der Lastfaktor mit $LF = \frac{b_{Pf} + b_K}{b_{pf}} = 2$. Obwohl der Pfeiler mit einem α = 1 schlank gebaut ist, sind die angegebenen Dimensionierungsparameter typisch für die Steinsalzgewinnung mit Langkammern.

Zur Untersuchung des Tragverhaltens, wird der Modellpfeiler unter drei verschiedenen Belastungen beansprucht, die als Auflast auf die Modelloberkante vorgegeben werden (Anlage 16).

Modell A: Auflast p = 7 MPa

- Teufe Modelloberkante $z \approx 320\ m$, mit mittlerer Wichte von $\gamma_G = 0{,}022\ \frac{MPa}{m}$
- resultierende Pfeilerbelastung: $\sigma_{Pf} = LF \cdot (p + \gamma_G \cdot 100m) = 18{,}4\ MPa$

Modell B: Auflast p = 12 MPa

- Teufe Modelloberkante $z \approx 545\ m$, mit mittlerer Wichte von $\gamma_G = 0{,}022\ \frac{MPa}{m}$
- resultierende Pfeilerbelastung: $\sigma_{Pf} = LF \cdot (p + \gamma_G \cdot 100m) = 28{,}4\ MPa$

Modell C: Auflast p = 17 MPa

- Teufe Modelloberkante $z \approx 770\ m$, mit mittlerer Wichte von $\gamma_G = 0{,}022\ \frac{MPa}{m}$
- resultierende Pfeilerbelastung: $\sigma_{Pf} = LF \cdot (p + \gamma_G \cdot 100m) = 38{,}4\ MPa$

Modell A: Auflast p = 7 MPa

Die Effektivspannung im Pfeilerkern beträgt nach 10 Tagen zunächst mehr als 20 MPa. Mit zunehmender Standzeit wird diese durch Kriechen auf etwas mehr als 15 MPa (nach 100 Jahren) reduziert (Anlage 17). Während an der Pfeilerkontur mit der Zeit auch Zugspannungen auftreten, fällt die Einspannung im Pfeilerkern über den gesamten Berechnungszeitraum nicht unter $\sigma_3 = 2$ MPa (Anlagen 18 und 19). Da die Dilatanzgrenze bei Einspannungen von $\sigma_3 \geq 2MPa$ zwischen $18MPa < \sigma_{Dil} < 20MPa$ liegt, treten plastische Verformungen im Pfeilerkern nicht auf und der Kernbereich entzieht sich durch Kriechen kontinuierlich der Belastung (Anlage20). Plastische dilatante Bereiche konzentrieren sich ausschließlich auf den Bereich der Pfeilerkontur (Anlage 21). Nach einer Standzeit von ca. 55 Jahren wird der entfestigte Pfeilerstoß stärker in die Abbaukammer geschoben (Abb. 26 und Anlage 18). Der Pfeiler verformt sich anschließend mit gringerer Stauchungsrate weiter. Die mittlere Hangendsenkungsrate beträgt etwa 2,5 cm/a, was nach 100 Jahren Standzeit zu einer Hangendabsenkung 2,5 m führt.

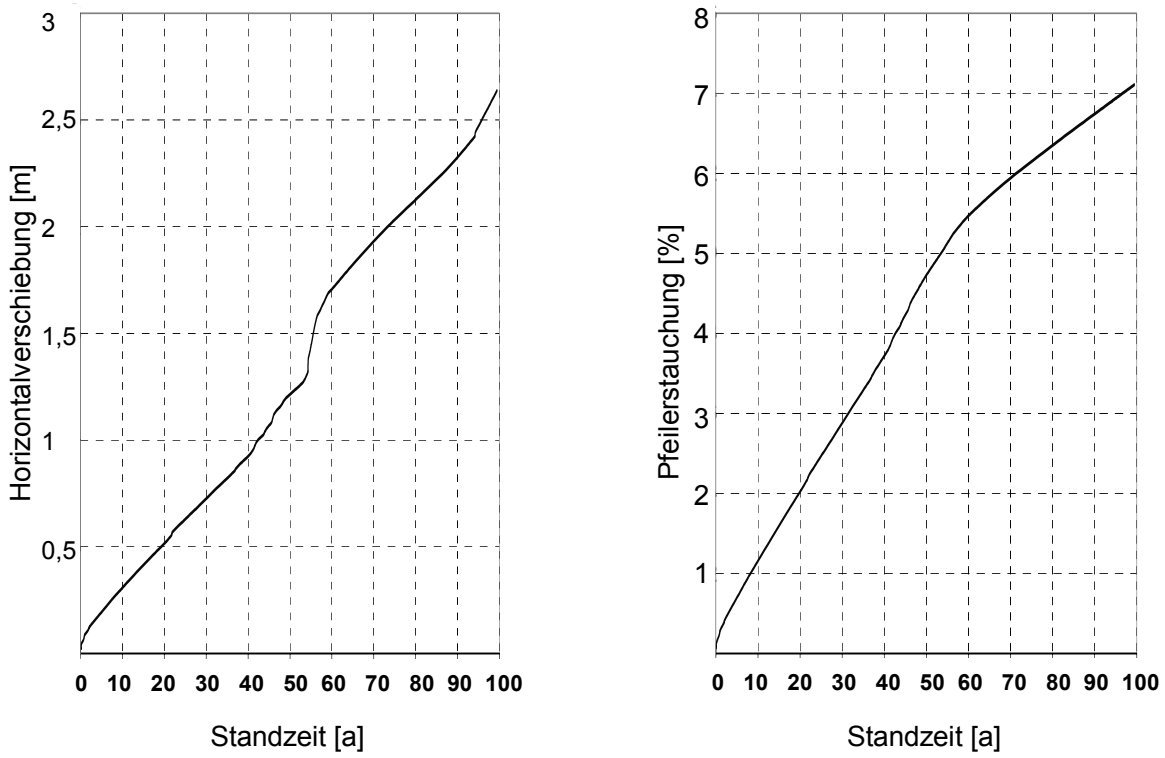


Abb. 26: Modell A: Berechnete Horizontalverschiebung der Pfeilerkontur und Pfeilerstauchung

Modell B: Auflast p = 12 MPa

Unmittelbar nach der Auffahrung des Pfeilers stellt sich ein elasto-plastischer Spannungszustand ein. Im Konturbereich treten plastische Verformungen instantan auf. Bezüglich der

resultierenden mittleren Pfeilerbelastung von $\sigma_{Pf} = 28{,}4\ MPa$ entzieht sich der Pfeilerrand um bis zu $\Delta\sigma_{yy} \leq 11\ MPa$ der Belastung (Anlage 26). Damit ist die Rissentwicklung und Abschalung der Pfeilerkontur, die mit dilatanter Auflockerung einher geht, bereits frühzeitig angelegt (Anlagen 27 und 28). Im Pfeilerkern wird die Belastung mit der Auffahrung um ca. $\Delta\sigma_{yy} = 6MPa$ über die resultierende mittlere Pfeilerbelastung angehoben (Anlage 26). Die wirkende Effektivspannung im Pfeilerkern, die zunächst ca. $\sigma_{eff} \approx 29MPa$ beträgt, wird im Verlauf der Berechnung auf ca. $\sigma_{eff} \approx 16MPa$ reduziert. Auf Grund der mit der Standzeit des Pfeilers kontinuierlich anwachsenden Minimalspannung im Pfeilerkern (Anlagen 24 und 25), erfolgt die Reduzierung der Effektivspannung in Pfeilermitte bruchfrei durch schädigungsfreies Kriechen. Das Anwachsen der Minimalspannung in Pfeilermitte wirkt deshalb stabilisierend und ist auf das Einstanzen des Pfeilers in Firste und Sohle zurückzuführen. Bruchvorgänge bleiben auf die Pfeilerkontur beschränkt, so dass ein progressiver Versagenszustand des Tragelementes nicht berechnet wird. Durch die standzeitliche weitgehend schädigungsfreie Reduzierung der Effektivspannung im Pfeiler verläuft die Pfeilerstauchung degressiv bis zum teilweisen Selbstversatz der Kammer (Abb. 27 und Anlage 23).

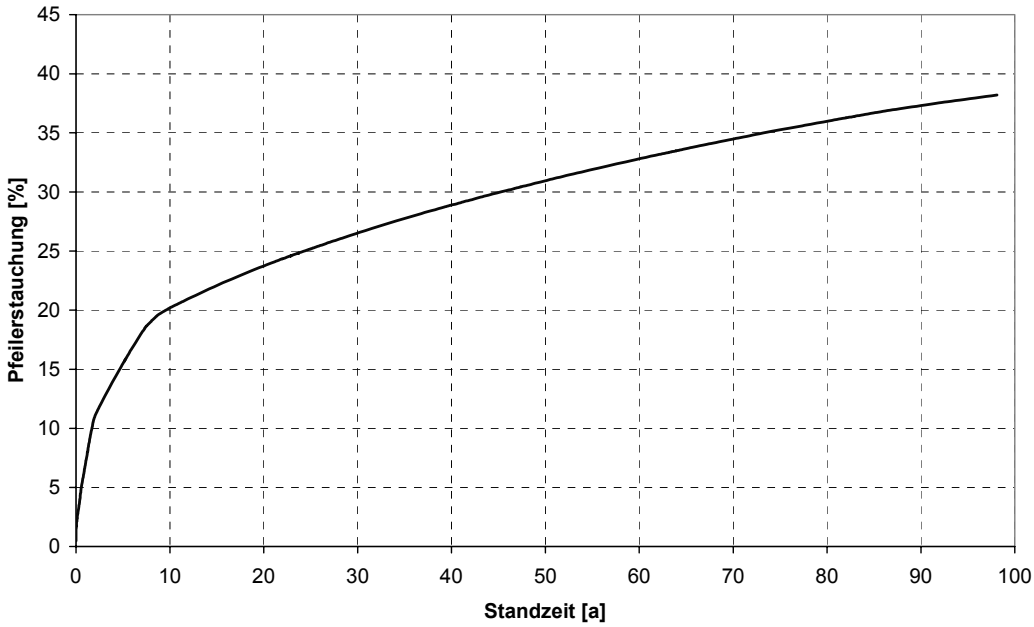


Abb. 27: Modell B: Berechnete Pfeilerstauchung im Zeitverlauf

Nach einer Standzeit von 100 Jahren beträgt die Hangendabsenkung ca. 6 m. Davon stellen sich in den ersten 2 Jahren bereits 2 m ein (Anlage 27), was einer anfänglichen Senkungs-

geschwindigkeit von 1m/a entspricht. Das Beispiel entspricht einer stark nachgiebige Dimensionierung.

Modell C: Auflast p = 17 MPa

Bei einer Auflast auf der Modelloberkante von p = 17 MPa, einem Teufendruckgradienten von $\gamma_G = 0{,}022 \frac{MPa}{m}$ und einem Lastfaktor von LF = 2, beträgt die mittlere Pfeilerspannung $\overline{\sigma}_{Pf} = LF \cdot (p + 100m \cdot \gamma_G) = 38{,}4\,MPa$. Da im Triaxialversuch nur eine einaxiale Druckfestigkeit von $\sigma_D \approx 33\ MPa$ für das untersuchte Steinsalz bestimmt wurde, ist der Konturbereich des Pfeilers bereits von Beginn an überlastet. Die Entfestigung setzt an der Pfeilerkontur an Firste und Sohle ein (Abb.28). Bereits nach 13 Tagen hat sich ein durchgehendes breites Scherband ausgebildet indem die Druckfestigkeit stark abgefallen ist. Durch Spannungsumlagerungen vom Pfeilerrandbereich auf den Pfeilerkern (Anlage 32) wird dieser überlastet. Nach 14 Tagen hat die Entfestigung auch den Pfeilerkern erfasst (Abb.28). Die noch intakte Steinsalzschale an der Pfeilerkontur, die sich der Entfestigung entzogen hat, wird weiter in die Abbaukammer geschoben.

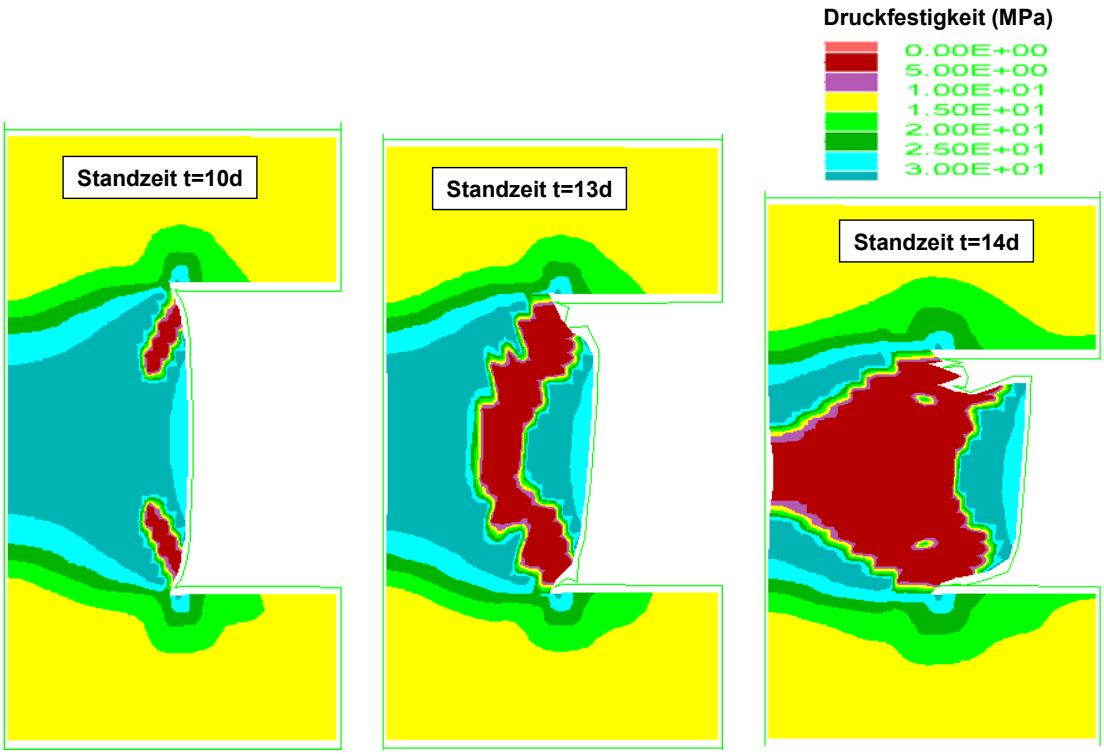


Abb. 28: Modell C: Entwicklung des Entfestigungszustandes im Pfeiler

Abb. 29 zeigt den progressiven Versagensvorgang anhand der Dilatanzentwicklung. Kurz nach der Auffahrung bildet sich ausgehend vom Pfeilerstoß an Firste und Sohle ein Riss entlang der Pfeilerkontur aus (Abb. 29 und Anlage 33). Im Bereich des Risses entwickeln sich Dilatanz und Entfestigung rapide, so dass ein breiter Konturbereich bereits nach 14 Tagen vollständig entfestigt ist. Dadurch steigt die Spannung im Pfeilerkern um weitere 10 MPa von $\sigma_{yy} = 64 MPa$ auf ca. $\sigma_{yy} = 73 \mathrm{MPa}$ an (Anlage 32), wodurch der Pfeilerkern schließlich überlastet wird. Der Pfeiler geht in die tertiäre Kriechphase über und versagt durch Kriechbruch (Abb 29).

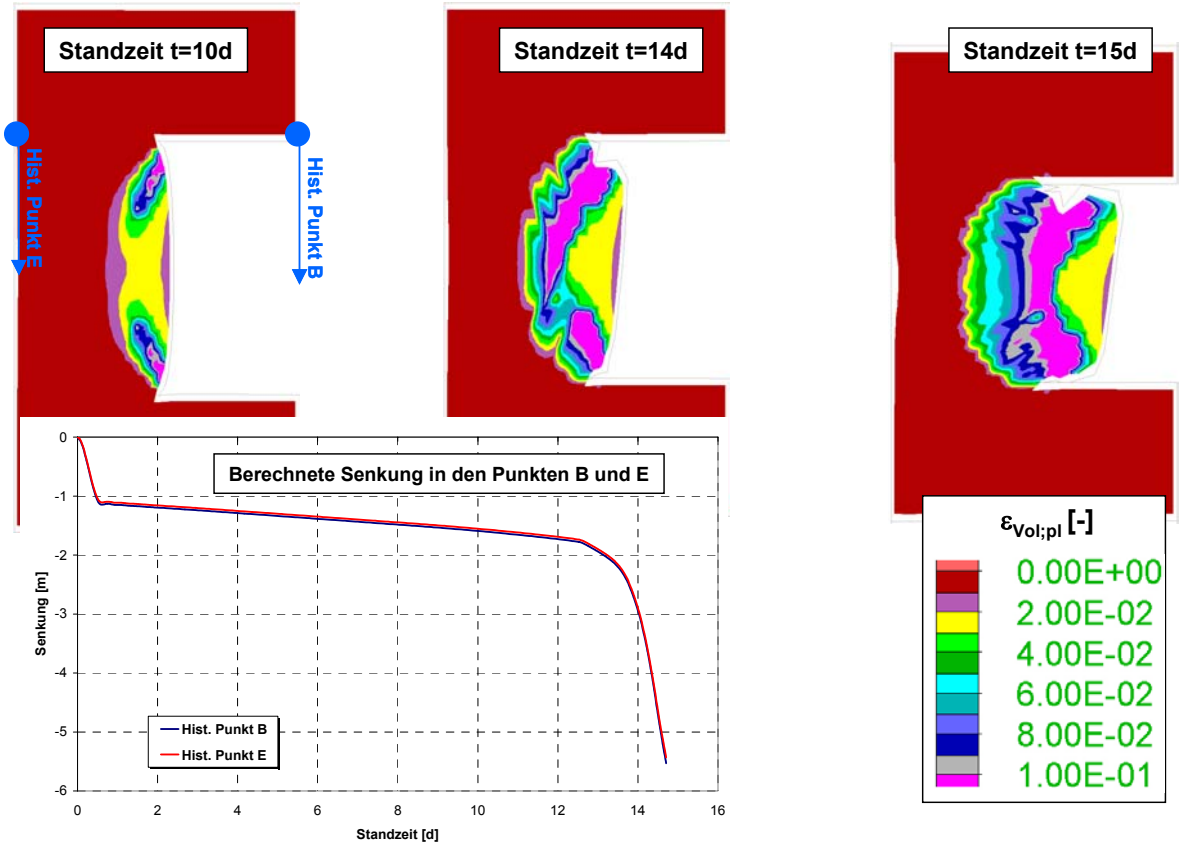


Abb. 29: Modell C: Dilatanzentwicklung und progressives Pfeilerversagen durch Kriechbruch

3 Parameterbestimmung auf der Grundlage von Laboruntersuchungen zum mechanischen Verhalten von Asse-Speisesalz (Saßfurt-Steinsalz des Bergwerks Asse)

3.1 Bestimmung der Festigkeits- und Dilatanzparameter auf der Grundlage von Triaxialversuchen und Vergleich mit den Versuchsergebnissen

Die Anlagen 35 und 36 zeigen das gemessene Festigkeits- und Dilatanzverhalten für Asse-Speisesalz, das von der BGR mit verformungsgeregelten Triaxialversuchen ermittelt wurde. Wie bereits im Abschnitt 2.1 beschrieben, bilden die Ergebnisse dieser Festigkeitsversuche die Grundlage zur Bestimmung der Stoffparameter

- Einaxiale Druckfestigkeit σ_D
- Maximale effektive Festigkeit σ_{Max}
- Krümmungsparameter der Festigkeitskurve σ_ϕ,

mit denen nach Gl.(2.2) das Festigkeits- und Entfestigungsverhalten im visko-elasto-plastischen Stoffmodell beschrieben wird. Da das Vorgehen bei der Parameterbestimmung bereits ausführlich erläutert wurde, werden im Folgenden die Ergebnisse für die Parameterbestimmung für Asse-Speisesalz nur zusammenfassend dargestellt.

Analog zur Parameterbestimmung für Steinsalz Sondershausen wird das Festigkeits- und Entfestigungsverhalten für Asse-Speisesalz mit Gleichung 2.2 spannungsabhängig und durch Tabelle 3.1 verformungsabhängig im Vor- und Nachbruchbereich beschrieben (Anlage 37).

Das spannungsabhängige Dilatanzverhalten ergibt sich im Stoffmodell über die Beschreibung der Dilatanzfunktion N_ψ nach Gleichung (2.32) (Anlage 38). Die Abhängigkeit der Dilatanz von der plastischen Verformung ergibt sich mit den in Tabelle 3.2 aufgelisteten Parametern $\tan\beta^0$ und σ_ψ.

Die Anlagen 39 und 40 zeigen die mit den abgeleiteten Parametern berechneten Triaxialversuche und das dabei ermittelte Dilatanzverhalten im Vergleich mit den Versuchsergebnissen. Das Prüfkörpermodell ist mit dem im Abschnitt 2.1 beschriebenen

Modell (Sondershausen) identisch, d. h. die Nachrechnung erfolgte ebenfalls mit einem rotationssymmetrischen Einelementmodell.

Auch mit den für Asse-Speisesalz bestimmten Parametersatz gelingt es das typische Dilatanz- und Festigkeitsverhalten mit dem visko-elasto-plastische Stoffmodell in guter Näherung zu beschreiben.

Tabelle 3.1: Asse-Speisesalz - Festigkeitsparameter für das visko-elasto-plastisches Stoffmodell

ε^P [%]	σ_D [MPa]	σ_{Max} [MPa]	σ_ϕ [MPa]
0	5	20	3
1	22,5	27	3
2	26,5	34	4
3	28	39	4
4	29,5	42	4
5	30,2	47	5
6	30,5	42,5	2
7	30	41,5	1
8	29,5	43	0,9
9	28	43,5	0,7
9,5	20,5	44,5	0,4
10	0	44	0,15
11	0	47	0,25
12	0	50	0,45
13	0	56	0,8
14	0	62	1,2
15	0	75	2
16	0	90	3
17	0	135	6
18	0	165	8
19	0	270	15
20	0	570	35
21	0	1090	70
22	0	350	23
23	0	120	8
24	0	95	8
25	0	70	6
26	0	60	6

Tabelle 3.2: Asse-Speisesalz - Dilatanzparameter für das visko-elasto-plastisches Stoffmodell

ε^P [%]	$\tan\beta^0$ [-]	σ_{∇} [MPa]
0	0,15	7
1,5	0,3	2,5
2	0,4	2,5
4	0,53	2,6
6	0,62	2,7
8	1,15	1,5
11	1,3	2
13	1	2
17	0,7	7
23	0,2	10
35	0,001	10

3.2 Bestimmung der Kriechparameter und Vergleichsberechnungen

Die Kriechparameter für den visko-elasto-plastischen Stoffansatz wurden durch numerische Nachrechnung von Kriechversuchen abgeleitet. Dabei handelt es sich um vier Kriechversuche mit konstanter Belastung, einen Kriechversuch mit zwei Belastungsstufen und einen Mehrstufen-Lastwechselversuch:

Versuch 90015 mit $\sigma_{Diff} = 14{,}1\ MPa\ \ und\ \ \sigma_3 = 0\ MPa$

Versuch 04141 mit $\sigma_{Diff} = 11{,}0\ MPa\ \ und\ \ \sigma_3 = 0\ MPa$

Versuch 95008 mit $\sigma_{Diff} = 37{,}2\ MPa\ \ und\ \ \sigma_3 = 15\ MPa$

Versuch 94097 mit $\sigma_{Diff} = 20{,}0\ MPa\ \ und\ \ \sigma_3 = 25\ MPa$

Versuch 04139 mit $\sigma_{Diff,1} = 14\ MPa \rightarrow \sigma_{Diff,2} = 20\ MPa\ \ und\ \ \sigma_3 = 25\ MPa$ und

Versuch 04138 mit Manteldruck: $\sigma_3 = 20\,MPa$

1. Belastung auf $\sigma_{Diff} = 20\,MPa$
2. Entlastung auf $\sigma_{Diff} = 15\,MPa$
3. Belastung auf $\sigma_{Diff} = 20\,MPa$
4. Entlastung auf $\sigma_{Diff} = 18\,MPa$
5. Belastung auf $\sigma_{Diff} = 20\,MPa$

Bis auf die Versuche 90015 und 04141 wurden alle Kriechversuche bei Einspannungsbedingungen gefahren, bei denen Dilatanzeffekte nahezu vollständig ausgeschlossen werden können. Das bedeutet das bei den einaxialen Kriechversuchen das Kriechen durch plastisches Verhalten beeinflusst wird, wodurch sich die transienten Kriechparameter (also die Kelvin-Parameter) nicht eindeutig bestimmen lassen. Die einaxialen Kriechversuche können deshalb für die Bestimmung des transienten Kriechverhaltens nicht berücksichtigt werden. Für alle anderen Versuche können einheitliche Kriechparameter bzw. ein begrenzter Parameterstreubereich, der die Streuung der Versuchsergebnisse wiederspiegelt, angegeben werden. Für den visko-elasto-plastischen Stoffansatz wurden durch numerische Rückrechnung folgende visko-elastische Parameter bestimmt:

Kompressionsmodul	K	$=16\,GPa$
Kelvin-Schermodul	G^K	$= 0{,}14....0{,}7\ GPa$
Kelvin-Viskosität	η^K	$= 0{,}3....6\ GPa \cdot d$
Maxwell-Schermodul	G^M	$=10\,GPa$
Maxwell-Viskosität	η^M	$= 4 \cdot 10^6....3{,}3 \cdot 10^7\ MPa \cdot d$
Spannungsexponent	$m2$	$=0{,}25$

Die Anlagen 41 bis 46 zeigen die mit den oben stehenden Parametern berechnete Anpassung der Kriechversuche. Dabei zeigt sich, dass das für die Mehrzahl aller Problemstellungen maßgebende stationäre Verhalten mit dem Stoffmodell gut beschrieben wird, wogegen bei Lastwechseln für das primäre Verhalten zum Teil Abweichungen zum Versuchverlauf berechnet werden.

Das Ergebnis der Nachrechnung in Abb. 45 zeigt, dass das Verformungsverhalten beim Zweistufenversuch in hinreichender Näherung nachvollzogen werden kann, dabei wird die stationäre Kriechrate in guter Näherung berechnet (Anlage 46). Auch wenn das transiente Verhalten (insbesondere nach der 2. Laststufe) nicht optimal abgebildet wird, weicht die berechnete Gesamtverformung nach 450 Tagen mit ca. 0,3% nur geringfügig vom Versuchsergebnis ab und liegt damit in jedem Fall im zu erwartenden Streubereich der Versuche.
Im Anschluss an den Zweistufenversuch wurde der Versuch 04138 nachgerechnet. Bei diesem Versuch handelt es sich um einen Mehrstufen- Lastwechselversuch mit fünf Laststufen.

Während bei Belastung die Verfestigung maßgeblichen Einfluss auf das transiente Verhalten besitzt, spielt die Erholung von Versetzungen während der Entlastung eine wichtige Rolle. Mit der Belastung steigt die Versetzungsdichte und das Material verfestigt sich. Da sich der Verfestigungszustand abhängig von der wirkenden Belastung entwickelt, ist das Probenmaterial nach der Entlastung plötzlich „überverfestigt". Der aktuelle Verfestigungszustand, welcher der höheren, bereits „ertragenen" Belastung entspricht, ist für die reduzierte Belastung zu hoch. Dies hat zur Folge, dass nach der Entlastung die Kriechrate zunächst um mehrere Größenordnungen geringer ist. Durch die Erholung von Versetzungen wird die Versetzungsdichte und damit die Gesamtverfestigung allmählich reduziert. Deshalb steigt die Kriechrate nach einer gewissen Zeit langsam wieder bis zum Erreichen der stationären Kriechrate an. Dieser Prozess verhält sich umgekehrt zum transienten Kriechen und wird deshalb als inverses transientes Kriechen bezeichnet.

In der Berechnung wird die Gesamtverformung in guter Näherung nachvollzogen (Anlage 43). Obwohl die Berechnung des tranisenten Verhaltens Unterschiede zum Versuch zeigt, wird das prinzipielle Verhalten bei Entlastung und Wiederbelastung durch das Stoffmodell wiedergegeben (Anlagen 43 und 44).

3.3 Triaxialversuch mit reduzierter Verformungsgeschwindigkeit

Mit den bisherigen numerischen Berechnungen wurden Versuch nachgerechnet, bei denen das mechanische Verhalten der Probekörper entweder durch viskose oder plastische Verformung bestimmt wurde. Mit den folgenden Modellrechnungen werden Versuche nachgerechnet bei denen viskoses und plastisches Verhalten überlagert ist und beide Verformungskomponenten in ihrer Wechselwirkung das mechanische Verhalten beeinflussen.

Im zügigen Triaxialversuch mit einer Belastungsgeschwindigkeit von $\dot{\varepsilon} = 1 \cdot 10^{-5} s^{-1}$ spielt das zeitabhängige viskose Verhalten eine untergeordnete Rolle. Die Materialverfestigung und die Entfestigung wird mit dem visko-elasto-plastischen Stoffmodell als plastischer Prozess beschrieben. Mit abnehmender Belastungsgeschwindigkeit wird aber das Spannungs-Verformungs- Verhalten des Probekörpers durch Kriechen, insbesondere durch die Spannungsrelaxation, beeinflusst. Durch das Kriechen wird die Spannungs- Verformungs- Kurve abgeflacht, was bei sehr geringer Verformungsrate dazu führen kann, dass die Belastung unterhalb der Dilatanzgrenze bleibt.

Bei einem Manteldruck von $\sigma_3 = 2{,}5\ MPa$ wurde das Festigkeits- und Dilatanzverhalten bei einer Belastungsgeschwindigkeit von $\dot{\varepsilon} = 1 \cdot 10^{-6} s^{-1}$ im Labor untersucht. Im Vergleich mit dem zügigen Triaxialversuch ($\dot{\varepsilon} = 1 \cdot 10^{-5} s^{-1}$) ist zu erkennen, dass die Spannungs-Verformungs-Kennlinie bei langsamer Belastungsgeschwindigkeit wie erwartet abgesenkt ist. Die numerische Nachrechnung beider Versuche zeigt, dass mit dem visko-elasto-plastischen Stoffmodell dieses charakteristische Verhalten sehr gut nachvollzogen wird (Abb. 30 und Anlage 47).

Im Vergleich des Dilatanzverhaltens beider Versuche zeigt sich, dass der schneller gestauchte Versuch bis zu einer Prüfkörperstauchung von $\varepsilon_1 \approx 6\%$ eine signifikant größere Anfangskompaktion besitzt, als der langsamere Versuch (Abb. 31 und Anlage 48). Da die Anfangskompaktion im Idealfall nur vom elastischen Verhalten abhängt und dieses unabhängig von der Belastungsgeschwindigkeit wirkt, ist dieses Versuchsergebnis nicht plausibel. Tatsächlich sollte die Anfangskompaktion bei beiden Versuchen in etwa gleich sein, wogegen die Dilatanzrate mit sinkender Belastungsgeschwindigkeit kleiner wird, da der Anteil der schädigungsfreien Verformung an der Gesamtverformung zunimmt. Diese Effekte werden durch das Stoffmodell erfasst (Abb. 31 und Anlage 48).

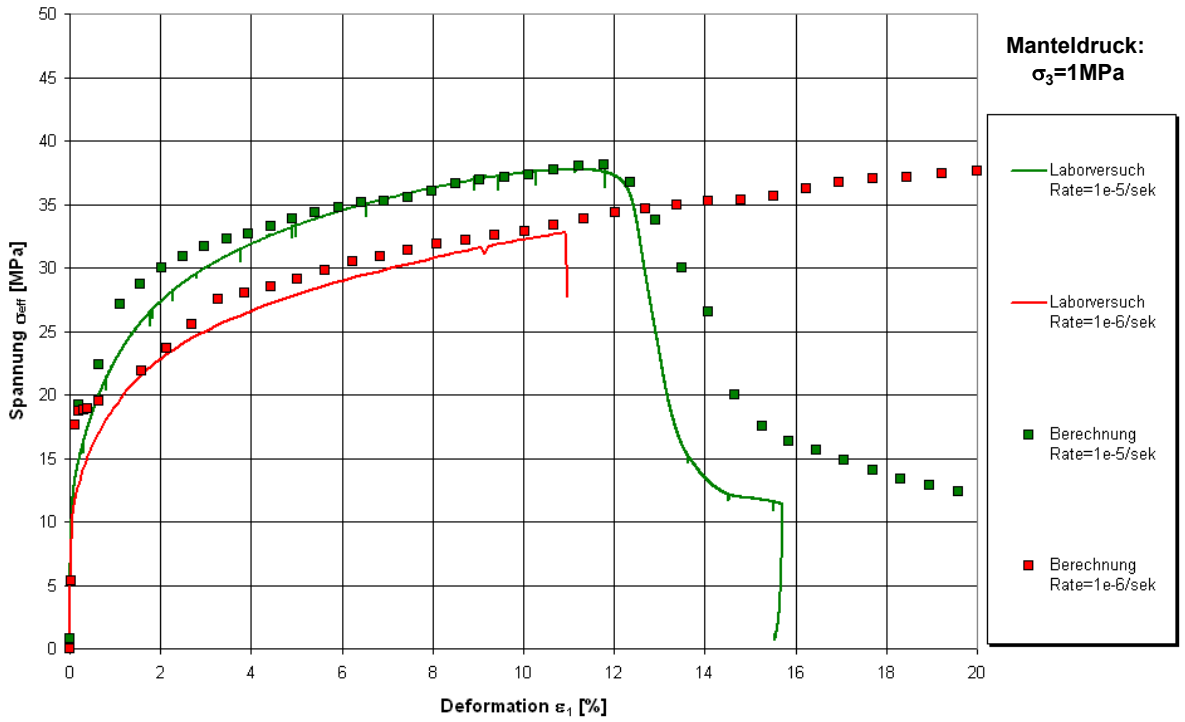


Abb. 30: Geschwindigkeitsabhängiges Spannungs- Verformungs- Verhalten – Vergleich der numerischen Berechnung mit dem Versuchsergebnis

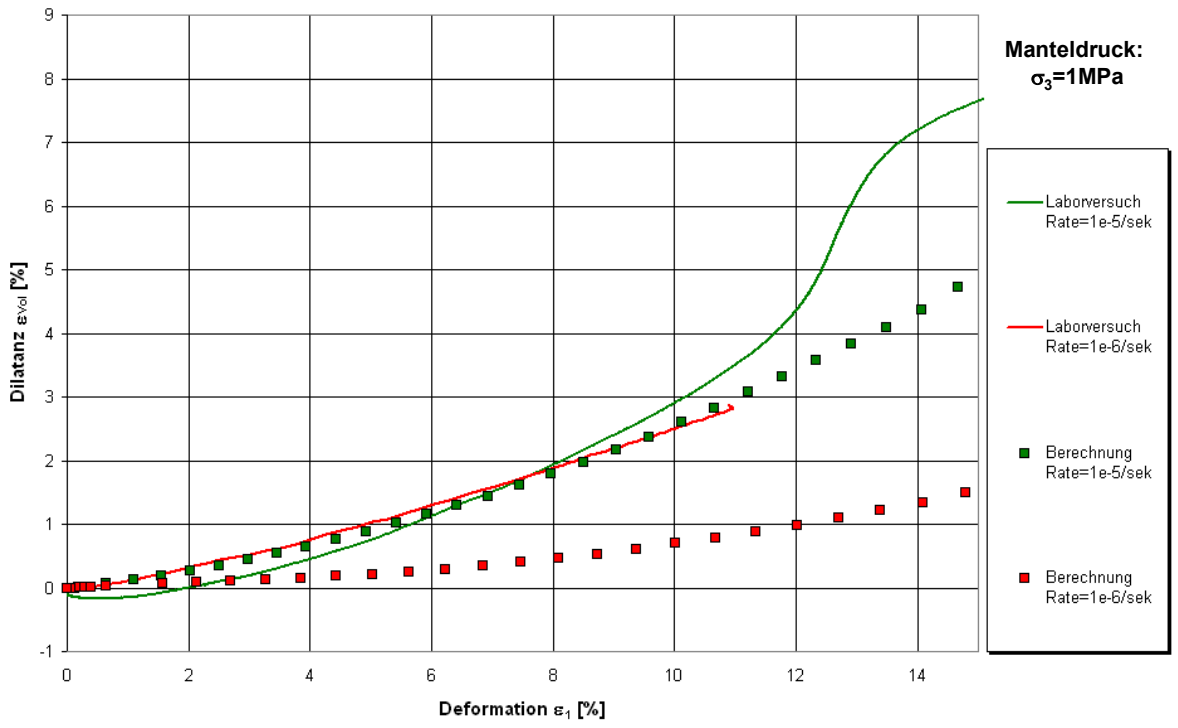


Abb. 31: Geschwindigkeitsabhängiges Dilatanzverhalten – Vergleich der numerischen Berechnung mit dem Versuchsergebnis

Im Vergleich mit dem Laborergebnis wird das geschwindigkeitsabhängige Festigkeitsverhalten in guter Näherung mit dem Stoffmodell berechnet (Abb. 30 und Anlage 47), was unter Berücksichtigung der oben angeführten Bemerkungen zum Versuchsergebnis auch für das geschwindigkeitsabhängig berechnete Dilatanzverhalten gilt (Abb. 31 und Anlage 48).

Die Modellrechnungen mit dem Einzelelementmodell haben gezeigt, dass bei einer konstanten Verformungsrate das gemessene Festigkeits- und Dilatanzverhalten in sehr guter Übereinstimmung nachvollzogen werden kann. Es ist deshalb von besonderem Interesse im nächsten Schritt, das Stoffmodell unter konstanten Spannungsbedingungen, d. h. für einen anderen Spannungspfad, hinsichtlich des Standzeitverhaltens zu überprüfen.

3.4 Kriechversuch TU 313 mit tertiärer Phase

Der triaxiale Kriechversuch wurde an der TU Clausthal an Asse-Steinsalz bei einer Belastung von σ_1 = 41 MPa und einem Manteldruck von σ_3 = 3 MPa durchgeführt. Bei der Differenzspannung von 38 MPa geht der Prüfkörper nach ca. 4 Tagen in die beschleunigte Kriechphase über.

Zur Nachrechnung des Versuches wurde ein axialsymmetrisches FLAC-Modell verwendet. Die Berechnung des Versuches TUC 313 ist mit einem vernetzten Prüfkörpermodel, bestehend aus 5 x 20 Elementen, durchgeführt worden. Mit dem visko-elasto-plastischen Stoffmodell lässt sich das zeitabhängige Schädigungsverhalten mit der Lokalisierung von Scherzonen nur richtig Abbilden, wenn die Struktur mit einer ausreichenden Vernetzung belegt ist.

Die Axialbelastung wird über Stahlstempel eingeleitet. Für die Kontaktflächen zwischen Stahl und Steinsalz sind folgende Parameter angesetzt:

Reibungswinkel ϕ = 15°

Kohäsion C = 1 MPa.

Für das Asse-Steinsalz sind die am Kriechversuch 95008 (Standzeit 20 Tage) ermittelten Parameter verwendet worden:

Kompressionsmodul	K = 16 GPa
MAXWELL-Schermodul	G^M = 10 GPa
Spannungsexponent	m2 = 0,25
KELVIN-Schermodul	G_K = 0,5 GPa
KELVIN-Viskosität	η_K = 0,5 GPa * d
MAXWELL-Viskosität	η_M = 4*10^6 GPa * d

Zur Nachrechnung des Kriechversuches ist eine von der Verformungsgeschwindigkeit abhängige Fließgrenze eingeführt worden. Die beiden die Fließgrenze bestimmenden gesteinsmechanischen Größen im visko-elasto-plastischen Stoffmodell sind die Druckfestigkeit σ_D bei σ_3 = 0 und die maximale effektive Festigkeit σ_{MAX} bei $\sigma_3 \to \infty$. Beide Größen sind von der Verformungsgeschwindigkeit abhängig. Basierend auf experimentellen Untersuchungsergebnissen an verschiedenen Salzgesteinen (IfB, 1987) werden folgende Beziehungen eingeführt:

$$\sigma_D(\dot{\varepsilon}) = \sigma_D(1 + a \cdot (f(\dot{\varepsilon}) - 1))$$

$$\sigma_{MAX}(\dot{\varepsilon}) = \sigma_{MAX}(1 + a \cdot (f(\dot{\varepsilon}) - 1))$$

mit $$f(\dot{\varepsilon}) = \frac{1}{2}\left(1 + \tanh\left(b \cdot \log\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_W}\right)\right).$$

Die Parameter bedeuten: a: Reduktionsfaktor Kurzzeitfestigkeit → Langzeitfestigkeit

b: Geschwindigkeitsfaktor

$\dot{\varepsilon}_W$: Verformungsgeschwindigkeit am Wendepunkt

In der Berechnung sind angesetzt: a = 29,5 %

b = 1

$\dot{\varepsilon}_W = 1 \cdot 10^{-1}\,\text{Tag}^{-1}$

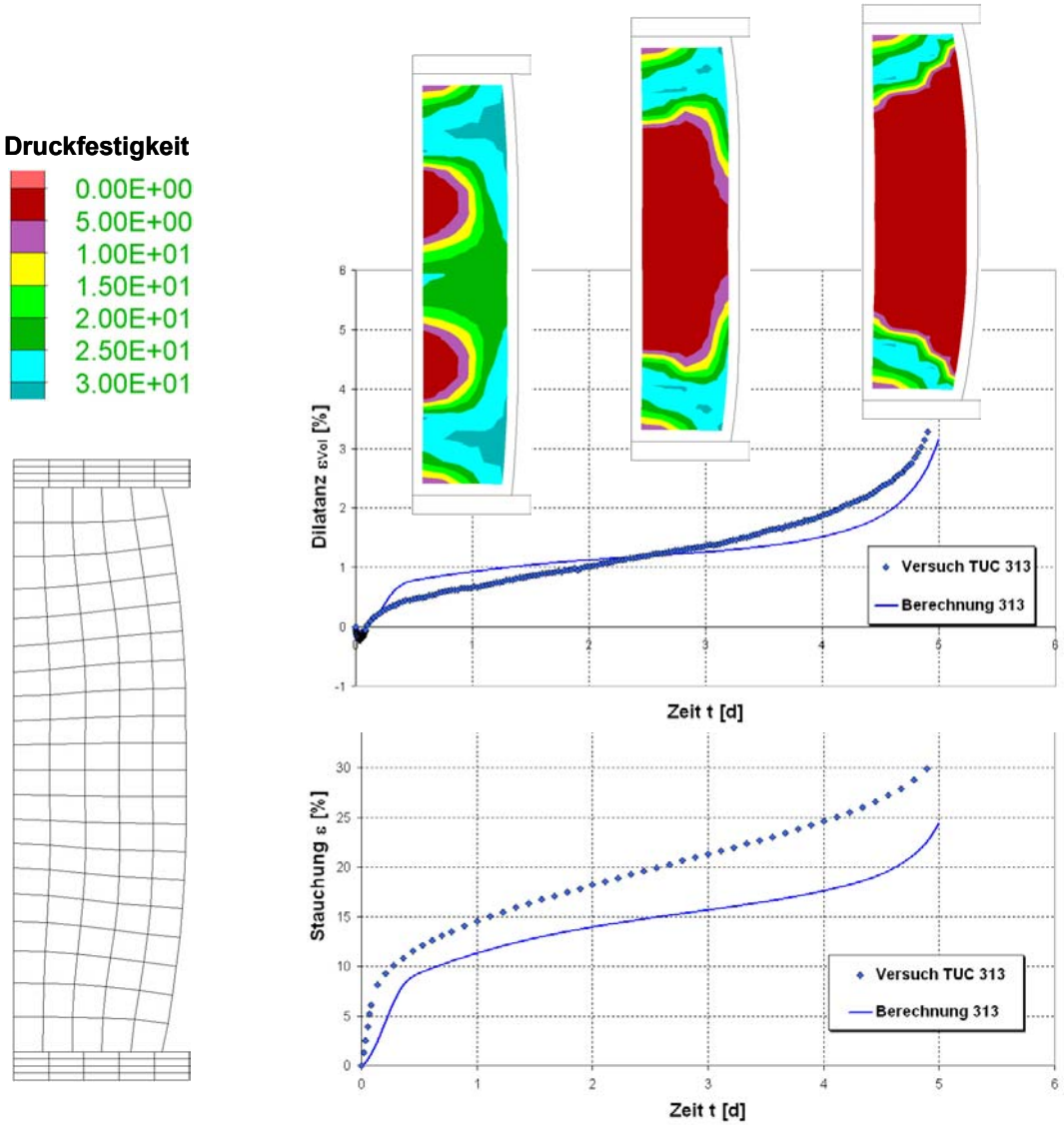


Abb. 32:: Berechnung des Versuches TUC 313 mit Kriechbruch. Darstellung der Dilatanz, Prüfkörperstauchung und der Druckfestigkeit σ_D im Zeitverlauf

In der Berechnung tritt der Kriechbruch nach ca. 5 Tagen ein. Abb. 32 zeigt wie sich die dilatanzbedingte Entfestigung ausgehend vom Prüfkörperzentrum mit zunehmender Standzeit entwickelt. Der Kriechbruch und auch die mit dem Brochprozess einhergehende

Dilatanzentwicklung wird durch das visko-elasto-plastischen Stoffmodell in guter Übereinstimmung mit dem Laborversuch wiedergegeben.

3.5 Triaxialversuche mit vernetzen Probekörpermodell

Abschließend wurden Triaxialversuche bei Manteldrücken von $\sigma_3 = 1\,MPa$ und $\sigma_3 = 2\,MPa$ mit einem mit 4 x13 Elementen vernetzten Probekörpermodell nachgerechnet (Anlage 49). Im Gegensatz zum Einelementmodell ist es mit solchen Modellen möglich, die Spannungsumlagerungen und die Prüfkörperschädigung in ihrer Entwicklung abhängig vom Deformationszustand zu untersuchen. Die Verformung wird im Modell über die obere Lastplatte eingeleitet.

Das Verhalten des Prüfkörpers hängt stark von den modellierten Kontaktbedingungen zwischen Lastplatte und Prüfkörperendfläche ab. Der Kontakt zwischen den Stahlplatten und dem Steinsalzprüfkörper wurde entsprechend der Projektvorgabe als fester Verbund modelliert. Die Minimalspannungsverteilung im entwickelt sich abhängig vom Manteldruck und über die Prüfkörperquerdehnung auch abhängig von den Kontakteigenschaften zwischen Lastplatte und Prüfkörper. Bei geänderten Kontakteigenschaften ändert sich deshalb auch die Minimalspannungsverteilung im Prüfkörper. Da das Festigkeits- und Dilatanzverhalten abhängig von der Minimalspannung ist, wird das berechnete mechanische Verhalten des Prüfkörpers von den gewählten Kontakteigenschaften beeinflusst. In Abschnitt 2.2 wurde dieses Verhalten an einigen Beispielen bereits diskutiert, eine detaillierte Analyse dieses Verhaltens war aber im Rahmen des Vorhabens nicht vorgesehen.

Die Anlagen 47 bis 52 zeigen die im AP 3 vorgesehenen Berechnungsergebnisse für das AP 3.

4 Zusammenfassung

Salzgesteine besitzen sowohl elastische als auch plastische und viskose Eigenschaften, die sich überlagern. Im vorgestellten visko-elasto-plastischen Stoffmodell wird das zeitabhängige viskose Verhalten von Salzgesteinen über ein modifiziertes Burgers-Kriechmodell beschrieben, das mit einem elasto-plastischen Modell gekoppelt ist. Die Beschreibung des plastischen Verhaltens mit Entfestigung erfolgt auf Grundlage der Plastizitätstheorie, mit einem modifizierten, nichtlinearen MOHR-COULOMB'schen Fließ- bzw. Bruchkriterium unter Verwendung einer nicht assoziierten Fließregel.

Im Rahmen des Verbundvorhabens wurden für das visko-elasto-plastische Stoffmodell zwei unterschiedliche Parametersätze für Staßfurt-Steinsalz aus den Bergwerken Asse und Sondershausen bestimmt. Die Stoffgesetzparameter wurden durch umfangreiche Nachrechnungen von Laborversuchen, einer konkreten Streckenauffahrung und einer fiktiven Kammer-Pfeiler-Situation überprüft. Dabei konnte gezeigt werden, dass mit dem visko-elasto-plastischen Stoffmodell:

- das schädigungsfreie Kriechverhalten,
- Kriechen mit Dilatanz und Entfestigung bis zum Kriechbruch,
- das Festigkeits- und Dilatanzverhalten im Triaxialversuch,
- das geschwindigkeitsabhängige Festigkeits- und Dilatanzverhalten und
- die aufgelockerte Zone und das Spannungsfeld in einer Streckenumgebung

in guter Übereinstimmung mit den Laborversuchen bzw. dem beobachteten In-situ-Verhalten beschrieben wird.

Für das Verhalten von Steinsalzpfeilern in einer fiktiven Situation ohne konkrete Vergleichmessungen ergaben die Berechnungen plausible, den Erfahrungen entsprechende Ergebnisse. Dabei konnte gezeigt werden, dass mit dem vorgestellten Stoffmodell das Versagen eines überlasteten Steinsalzpfeilers durch Kriechbruch und die damit einhergehende rapide ablaufende Entfestigung berechnet werden kann.

Die Berechnung von Kriechbruchvorgängen und schnell ablaufender progressiver Entfestigungsprozesse ist eine wichtige Voraussetzung zur Dimensionierung und Bewertung von Tragelementen im Kali und Salzbergbau. Hierzu wurden außerhalb des Verbundvorhabens mit dem visko-elasto-plastischen Stoffgesetz bereits eine Vielzahl von Modellrechnungen zur statischen und dynamischen Systemstabilität durchgeführt, mit denen das beobachtete In-situ-Verhalten realitätsnah beschrieben und prognostiziert werden konnte. Darüber hinaus wurden mit dem visko-elasto-plastischen Stoffmodell Berechnungen

- zur Barriereintegrität,
- zum komplexen (fluid-) mechanischen Verhalten von Gas- und Solespeicherkavernen in Verbindung mit dem Speicherbetrieb,
- zur Verwahrung von Bergwerken mit und ohne Flutung,
- zur Langzeitsicherheit einschließlich Szenarienberechnungen und
- zum gekoppelten hydro-mechanische Verhalten geotechnischer Verschlussbauwerke

durchgeführt, so dass für die Anwendung des Stoffmodell umfangreiche Erfahrungen vorliegen.

Das visko-elasto-plastische Stoffmodell eignet sich zur Beschreibung des zeitabhängigen mechanischen Verhaltens von Salzgesteinen sowohl mit duktilen als auch spröden Materialeigenschaften.

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Bruchgrenze von Opalinuston und Dilatanz bzw. Schädigungsgrenze abgeleitet aus der Geschwindigkeitssignatur verschiedenen gemessenener Parameter während kompressiver Belastung (popp et al., 2005). Zusätzlich sind die Kurvenverläufe und Materialparameter entsprechend des von Minkley (1997) beschriebenen Fließ- bzw. Bruchkriteriums dargestellt. 6
Abb. 2: Visko-elasto-plastisches Modellkonzept 7
Abb. 3: Lineares und nichtlineares MOHR-COULOMB´sches Bruchkriterium im σ_1 vs. σ_3 - Diagramm 10
Abb. 4: Lineares und nichtlineares MOHR-COULOMB´sches Bruchkriterium im σ_{eff} vs. σ_3 Diagramm 11
Abb. 5: Volumenverformung - nichtlineares elasto-plastisches Stoffmodell 13
Abb. 6: Zusammenhang von Axial- und Volumenverformung für ideal elasto-plastisches Material 20
Abb. 7: Dilatanzverhalten von Steinsalz in Abhängigkeit von der minimalen Hauptspannung und der plastischen Verformung 22
Abb. 8: Dilatanzgrenze und Bruchgrenze für Werra-Steinsalz 23
Abb. 9: Übergang vom spröden zum duktilen Materialverhalten 25
Abb. 10: Abnahme des Kompressionsmoduls K mit der relativen Dichte $\rho/\rho_0 = 1/(1+\Delta\varepsilon_{pVol})$. Für Carnallitit ist in Bez. (2.37) angesetzt: K_0 = 6,7 GPa, K_R = 0,1 GPa, f = 100 26
Abb. 11: Visko-elasto-plastisches Stoffmodell mit Entfestigung und Dilatanz 30
Abb. 12: Gebirgsmechanisches Strukturmodell durch den Asse-Sattel (FLAC-Modell) 37
Abb. 13: Berechnete plastische Volumendehnungen (rechts, FLAC - Modellausschnitt) und gemessene mikroseismische Aktivität (links, KAMLOT et al.,2006) 37
Abb. 14: Gebirgsmechanisches Strukturmodell Westfeld Merkers (UDEC-Modell) oben links: Zeitliche Entwicklung des Pfeilerbruchvorganges im Carnallitit der 2. Sohle, oben

rechts: Vertikales Verschiebungsfeld zu verschiedenen Zeit ständen nach Gebirgsschlagauslösung 38
Abb. 15: Abfall der minimalen Hauptspannung an der Basis des Unteren Werra – Steinsalzes unter dem östlichen Bruchfeldrand und berechnete Permeabilität 6 Sekunden nach Gebirgsschlagauslösung 39
Abb. 16: Stabilitätsverhalten von Speicherkavernen (3DEC-Modell) 40
Abb. 17: Kammer-Pfeiler-Modell für schlanke Steinsalzpfeiler mit einem Verhältnis Pfeilerbreite zu Höhe B:H = 0,6 und berechnetes Tragverhalten (UDEC-Modell) ... 41
Abb. 18: Visko-elasto-plastisches Stoffmodell: FLAC-Rechnung mit 1 Element 45
Abb. 19: Berechnung einaxialer Druckversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=15°, Kohäsion C=1 MPa Druckfestigkeit und Spannungs-Verformungs-Diagramm 46
Abb. 20: Berechnung einaxialer Druckversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=15°, Kohäsion C=1 MPa Volumenverformung 46
Abb. 21: Berechnung einaxialer Druckversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=1°, Kohäsion C= 0 MPa Druckfestigkeit und Spannungs-Verformungs-Diagramm 47
Abb. 22: Berechnung Triaxialversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=15°, Kohäsion C = 1 MPa Druckfestigkeit und Spannungs-Verformungs-Diagramm 48
Abb. 23: Berechnung Triaxialversuch mit Stahlstempeln: Reibung Φ=15°,Kohäsion C= 1 MPa Volumenverformung 48
Abb. 24: Berechnete Minimalspannungsverteilung in der Streckenumgebung der EU1 und FRAC-Messungen 51
Abb. 25: Berechnete Auflockerungszone nach einer Standzeit von 1 bzw. 35 Jahren 53
Abb. 26: Modell A: Berechnete Horizontalverschiebung der Pfeilerkontur und Pfeilerstauchung 55
Abb. 27: Modell B: Berechnete Pfeilerstauchung im Zeitverlauf 56
Abb. 28: Modell C: Entwicklung des Entfestigungszustandes im Pfeiler 57
Abb. 29: Modell C: Dlatanzentwicklung u. progressives Pfeilerversagen durch Kriechbruch. 58
Abb. 30: Geschwindigkeitsabhängiges Spannungs- Verformungs- Verhalten – Vergleich der numerischen Berechnung mit dem Versuchsergebnis 64
Abb. 31: Geschwindigkeitsabhängiges Dilatanzverhalten – Vergleich der numerischen Berechnung mit dem Versuchsergebnis 65
Abb. 32: Berechnung des Versuches TUC 313 mit Kriechbruch. Darstellung der Dilatanz, Prüfkörperstauchung und der Druckfestigkeit σ_D im Zeitverlauf 67

Quellenverzeichnis

CUNDALL, P.; BOARD, M. (1988): A Microcomputer Program for Modelling Large-Strain Plasticity Problems in Numerical Methods in Geomechanics. Proc. of the 6th Int. Conference, Innsbruck, Rotterdam: A.A. Balkema, 2101 - 2108,

DÖRING, T.; HEINRICH, F.; PFORR, H. (1964): Zur Frage des Verformungs- und Festigkeitsverhaltens statistisch isotroper und homogener Gesteine mit inelastischen Verformungseigenschaften. 6. Ländertreffen des internationalen Büros für Gebirgsmechanik.
Akademie-Verlag Berlin, 1965, 68 - 80

FLAC (1993): Fast Lagrangian Analysis of Continua, Version 3.2
ITASCA Consulting Group Inc. Minneapolis, Minnesota USA

FLAC (1998): Fast Lagrangian Analysis of Continua, Version 3.4
ITASCA Consulting Group Inc. Minneapolis, Minnesota USA

IFG (1987): Untersuchung zum verformungs- und Bruchmechanismus der gebauten Lagerstätte bei statischer und dynamischer Beanspruchung. Institut für Bergbausicherheit Leipzig, unveröffenlicht

KAMLOT, P, STOCKMAN, N, TEICHMANN, L. (2006): Stability Proof of the Asse Salt Mine and Geomechanical Assessment of the Planned Closing Measures
SMRI – Spring 2006 Technical Meeting, Brüssel, 30. April – 03. Mai 2006

LUX, K.H. (1984): Gebirgsmechanischer Entwurf und Felderfahrungen im Salzkavernenbau.
Ferdinand Enke Verlag Stuttgart

MINKLEY, W. (1995): Sprödbruchverhalten von Carnallitit und seine Auswirkungen auf die Langzeitsicherheit von UTD. 2. Projektstatusgespräch des PTE zu BMBF-geförderten FuE-Vorhaben zur untertägigen Entsorgung chemisch-toxischer Abfälle.
FZKA - PTE - Nr. 1, 198 - 220, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH

MINKLEY, W. (1997): Sprödbruchverhalten von Carnallitit und seine Auswirkungen auf die Langzeitsicherheit von Untertagedeponien. Berichte FZKA-PTE Nr. 5, 249 - 275
Forschungszentrum Karlsruhe GmbH

MINKLEY, W.; MENZEL, W. (1999): Vorausberechnung des Kollapses eines Grubenfeldes Gebirgsschlag Teutschenthal 11. Sept. 1996.
Proc. 9th Int. Congress on Rock Mechanics, Paris, Vol. 2, 1115 - 1118

MINKLEY, W.; MENZEL, W.; KONIETZKY, H. TE KAMP, L. (2001): A visco-elasto-plastic softening model and its application for solving static and dynamic stability problems in potash mining.
Proc. 2nd Int. FLAC Symposium on Numerical Modeling in Geomechanics, Lyon, 29.-31. October , 21 - 27

MINKLEY, W. (2004a): Gebirgsmechanische Beschreibung von Entfestigung und Sprödbruch-erscheinungen im Carnallitit
Schriftenreihe des Institutes für Gebirgsmechanik – Band 1, Shaker Verlag Aachen

MINKLEY, W. (2004a): Back analysis rock burst Völkershausen 1989
Proc. 1ST Int. UDEC/3DEC Symposium: Numerical Modeling of Discrete Materials, Bochum, 29. September – 1. October, A.A. BALKEMA PUBLISHERS, 105 - 112

MINKLEY, W. & MÜHLBAUER, J. (2005): Re-Stabilisation of the carnallitic working Areas in the Merkers Mine
GISOS – Post Mining 2005, Nancy, 16. – 18.11.2005

NATAU, O.; LEMPP, CH.; BORM, G. (1986): Stress relaxation monitoring prestressed hard inclusions. Proc. Int. Symp. on Rock Stress and Rock Stress Measurements, Stockholm, Sept. 1986, 509 - 514

POPP, T, WIEDEMANN, M, MANTHEI, G, MINKLEY, W. (2005): Untersuchungen zur Barriere-integrität im Hinblick auf das Ein-Endlager-Konzept
Forschungsvorhaben SR 2470 - Bundesamt für Strahlenschutz, Salzgitter
Institut für Gebirgsmechanik GmbH, Leipzig, Juli 2005

SCHUPPE, F. (1963): Ein rheologisches Modell für das Salzgebirge.
Bergakademie Freiberg, 15. Jg., Heft 8, 583 - 586

VERMEER, P.A.; DE BORST, R. (1984): Non-Associated Plasticity for Soils.
Concrete and rock, Heron, 29 (3), 1 - 64, 7 ff

Anlagenverzeichnis

Steinsalz Sondershausen (Anhydritregion) Anlagen 1 – 34

Anlage 1 Ergebnisse der Triaxialversuche – Festigkeit

Anlage 2 Ergebnisse der Triaxialversuche – Dilatanz

Anlage 3 Prinzipielles Vorgehen zur Ableitung der Festigkeitsparameter für das Modell MinkleyAnlage 4 Steinsalz Sondershausen (Anhydritregion) - Festigkeitsparameter für das Stoffmodell Minkley Anlage 5 Steinsalz Sondershausen (Anhydritregion) - Nachrechnung der Triaxialversuche mit dem Stoffmodell MinkleyAnlage 6 Steinsalz Sondershausen (Anhydritregion) - Dilatanzparameter für das Stoffmodell MinkleyAnlage 7 Steinsalz Sondershausen (Anhydritregion) - Nachrechnung des Dilatanzverhaltens mit dem Stoffmodell MinkleyAnlage 8 Visko-elasto-plastisches Stoffmodell Minkley - Wirkungsweise und Parameter

Anlage 9 Steinsalz Sondershausen (Anhydritregion) - Zweistufen Kriechversuche – berechnete GesamtverformungAnlage 10 Steinsalz Sondershausen (Anhydritregion) - Zweistufen Kriechversuche –berechnete VerformungsrateAnlage 11 Lage des Versuchsverschlussbauwerkes - EU1 Grube Sondershausen

Anlage 12 Maschinenstrecke EU1 – Modellaufbau

Anlage 13 Minimalspannung σ_3 nach 35 Jahren Standzeit

Anlage 14 Effektivspannung σ_{eff} nach 35 Jahren Standzeit

Anlage 15 Maschinenstrecke EU1 - Dilatanz ε_{Vol}Anlage 16 Modellberechnung einer Kammer-Pfeiler-Situation – Modellaufbau

Anlage 17 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 7MPa Effektivspannung σ_{eff} im Pfeiler

Anlage 18 Kammer-Pfeiler-Situation - Pfeilerauflast p = 7MPa Minimale Hauptspannung σ_3 im Pfeiler

Anlage 19 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 7MPa Horizontalspannungsverteilung σ_{xx} in Pfeilermitte

Anlage 20 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 7MPa Vertikalspannungsverteilung σ_{yy} in Pfeilermitte

Anlage 21 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 7MPa Volumendilatanz ε_{Vol} im Pfeiler

Anlage 22 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p=7MPa – Dilatanzverteilung $\varepsilon_{Vol;pl}$ in PfeilermitteAnlage 22 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 12MPa - Effektivspannung σ_{eff} im Pfeiler

Anlage 23 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 12MPa Minimale Hauptspannung σ_3 im Pfeiler

Anlage 24 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 12MPa Horizontalspannungsverteilung σ_{xx} in Pfeilermitte

Anlage 25 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 12MPa Vertikalspannungsverteilung σ_{yy} in Pfeilermitte

Anlage 26 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 12MPa Volumendilatanz ε_{Vol} im Pfeiler

Anlage 28 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p=12MPa Dilatanzverteilung $\varepsilon_{Vol;pl}$ in PfeilermitteAnlage 27 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 17MPa Effektivspannung σ_{eff} im Pfeiler

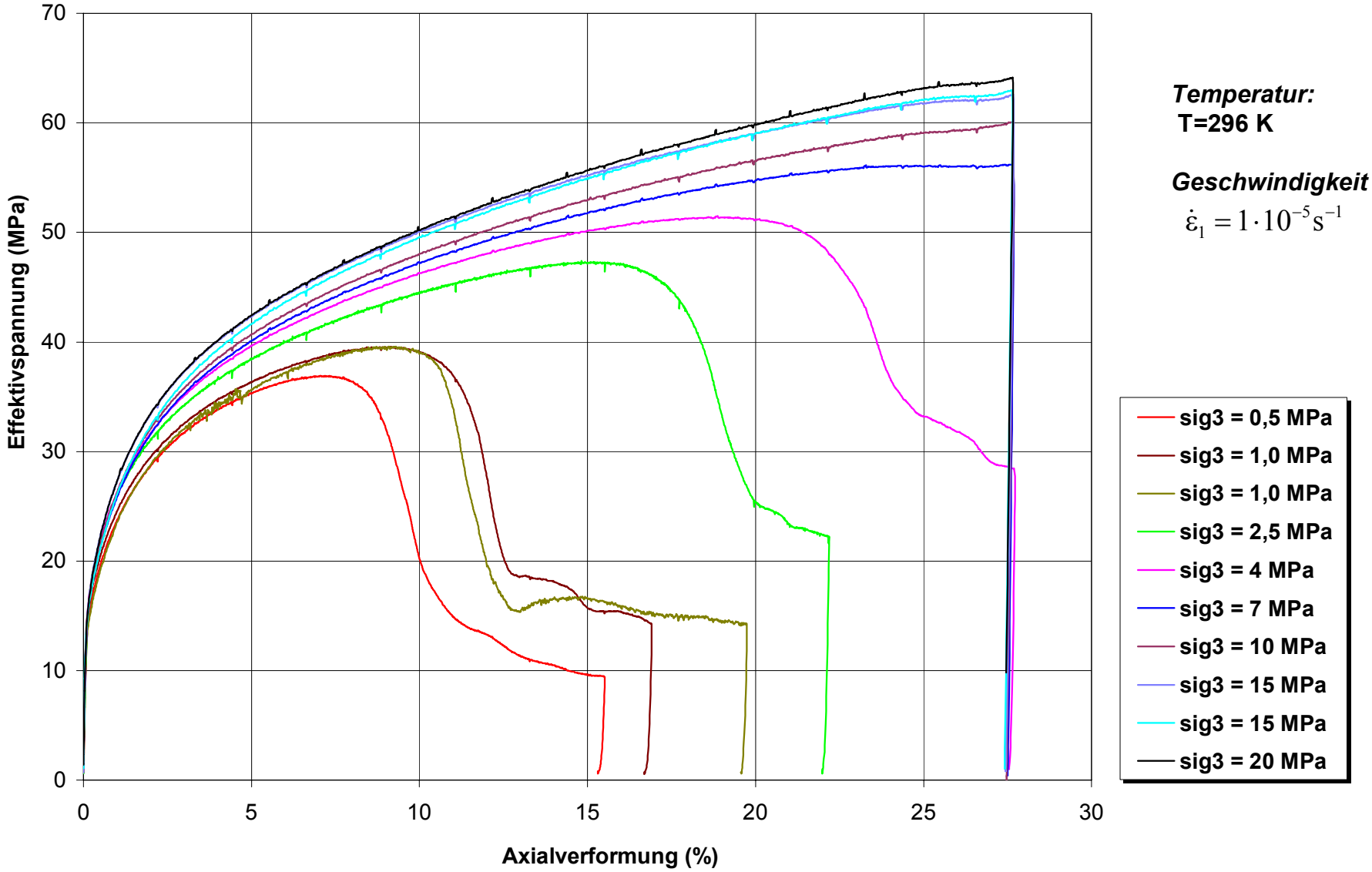
Anlage 30 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 17MPa Minimale Hauptspannung σ_3 im Pfeiler

Anlage 31 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p=17MPa Horizontalspannungsverteilung σ_{xx} in PfeilermitteAnlage 32 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p=17MPa Vertikalspannungsverteilung σ_{yy} in PfeilermitteAnlage 33 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 17MPa Volumendilatanz ε_{Vol} im Pfeiler

Anlage 28 Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p = 17MPa Dilatanzverteilung

Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) Anlagen 35-52

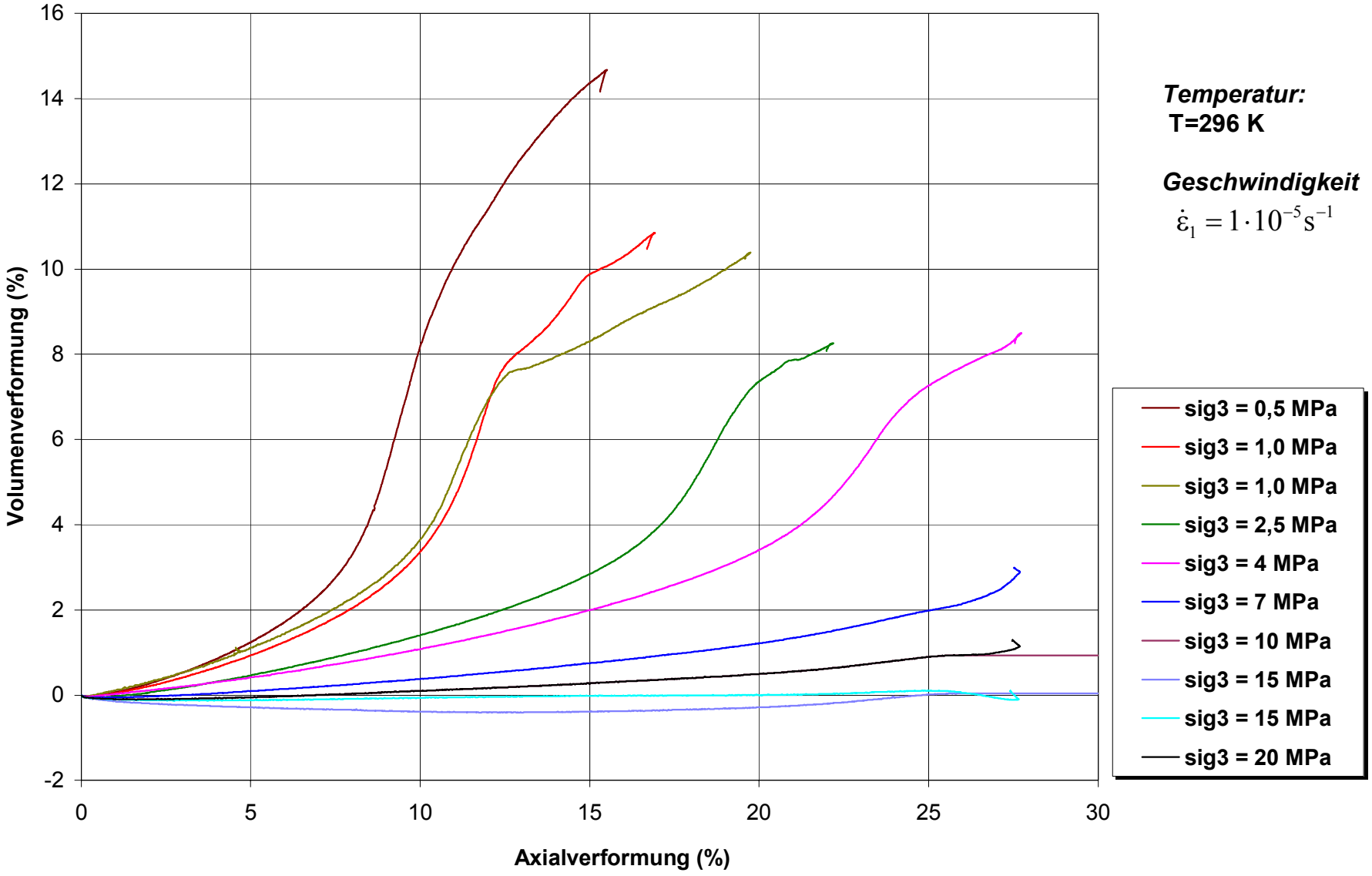
Anlage 29	Steinsalz Asse - Festigkeitsparameter für das Stoffmodell Minkley
Anlage 30	Steinsalz Asse - Dilatanzparameter für das Stoffmodell Minkley
Anlage 31	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - berechnetes Festigkeitsverhalten
Anlage 32	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - berechnetes Dilatanzverhalten
Anlage 33	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Versuche 99086 und 04140 bei unterschiedlicher Belastungsgeschwindigkeit Festigkeitsberechnung
Anlage 40	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Versuche 99086 und 04140 bei unterschiedlicher Belastungsgeschwindigkeit Dilatanzberechnung
Anlage 41	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Kriechversuche (95015 und 04141) Gesamtverformung
Anlage 42	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Kriechversuche (95008 und 94097) Gesamtverformung
Anlage 34	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Lastwechselversuch 04138 Gesamtverformung
Anlage 35	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Lastwechselversuch 04138 – Kriechrate über der Zeit
Anlage 36	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Kriechversuche (04139) Gesamtverformung
Anlage 37	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Kriechversuche (04139) Verformungsrate
Anlage 38	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) – Versuch 04131 - Effektivspannung vernetzter Probekörper (fester Verbund an den Prüfkörperendflächen)
Anlage 39	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Versuch 04131 – Effektivdeformation vernetzter Probekörper (fester Verbund an den Prüfkörperendflächen)
Anlage 40	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Versuch 04131 – plastische Volumen-deformation - vernetzter Probekörper (fester Verbund)
Anlage 50	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Versuch 04132 – Effektivspannung vernetzter Probekörper (fester Verbund an den Prüfkörperendflächen)
Anlage 51	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Versuch 04132 – Effektivdeformation vernetzter Probekörper (fester Verbund an den Prüfkörperendflächen)
Anlage 52	Steinsalz Asse (Speisesalz, z2SP) - Versuch 04132 plastische Volumen-deformation - vernetzter Probekörper (fester Verbund)

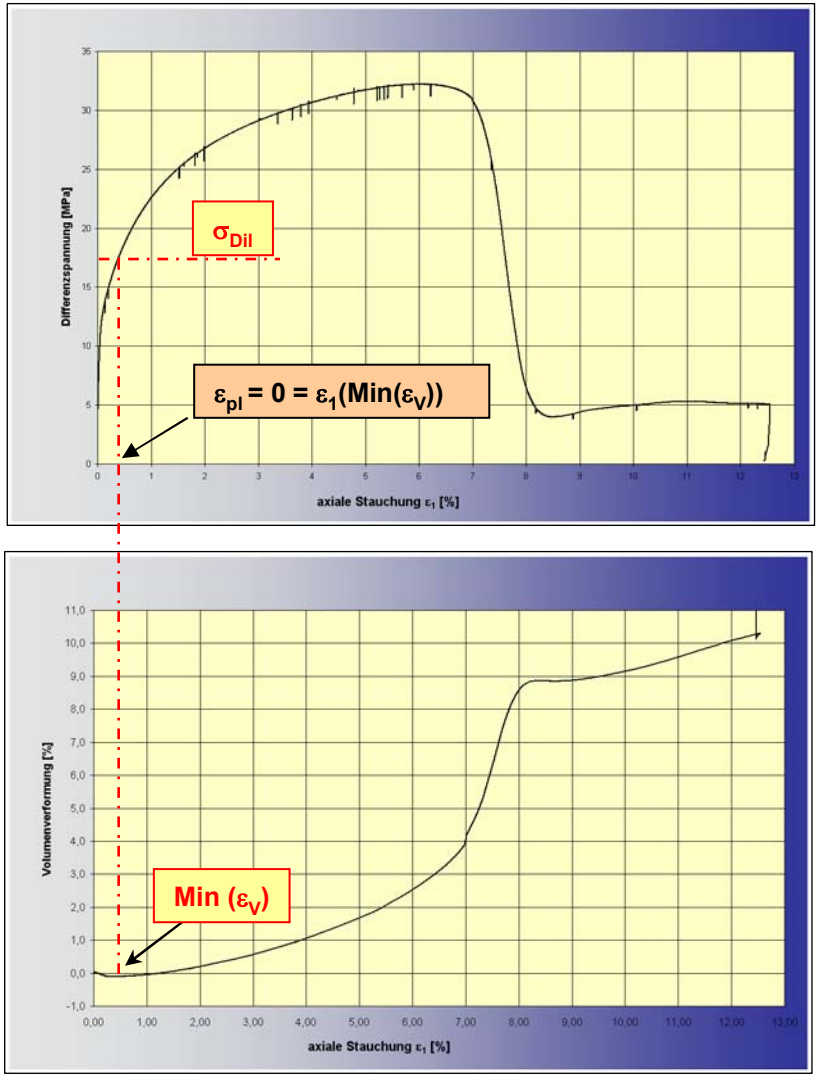


Temperatur:
T=296 K

Geschwindigkeit

$$\dot{\varepsilon}_1 = 1 \cdot 10^{-5} s^{-1}$$


Volumenverformung (%)
Axialverformung (%)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
0
5
10
15
20
25
30
Temperatur:
T=296 K
Geschwindigkeit
$\dot{\varepsilon}_1 = 1 \cdot 10^{-5} s^{-1}$
sig3 = 0,5 MPa
sig3 = 1,0 MPa
sig3 = 1,0 MPa
sig3 = 2,5 MPa
sig3 = 4 MPa
sig3 = 7 MPa
sig3 = 10 MPa
sig3 = 15 MPa
sig3 = 15 MPa
sig3 = 20 MPa



Vorgehensweise

Die Festigkeit wird abschnittsweise für verschiedene plastische Deformationszustände aus der Arbeitslinie abgegriffen.

Die plastische Deformation ist dabei der Deformationsbetrag, der bei Spannungszuständen oberhalb der Dilatanzgrenze akkumuliert wird. Im Minimum der Dilatanz ist die plastische Deformation deshalb Null.

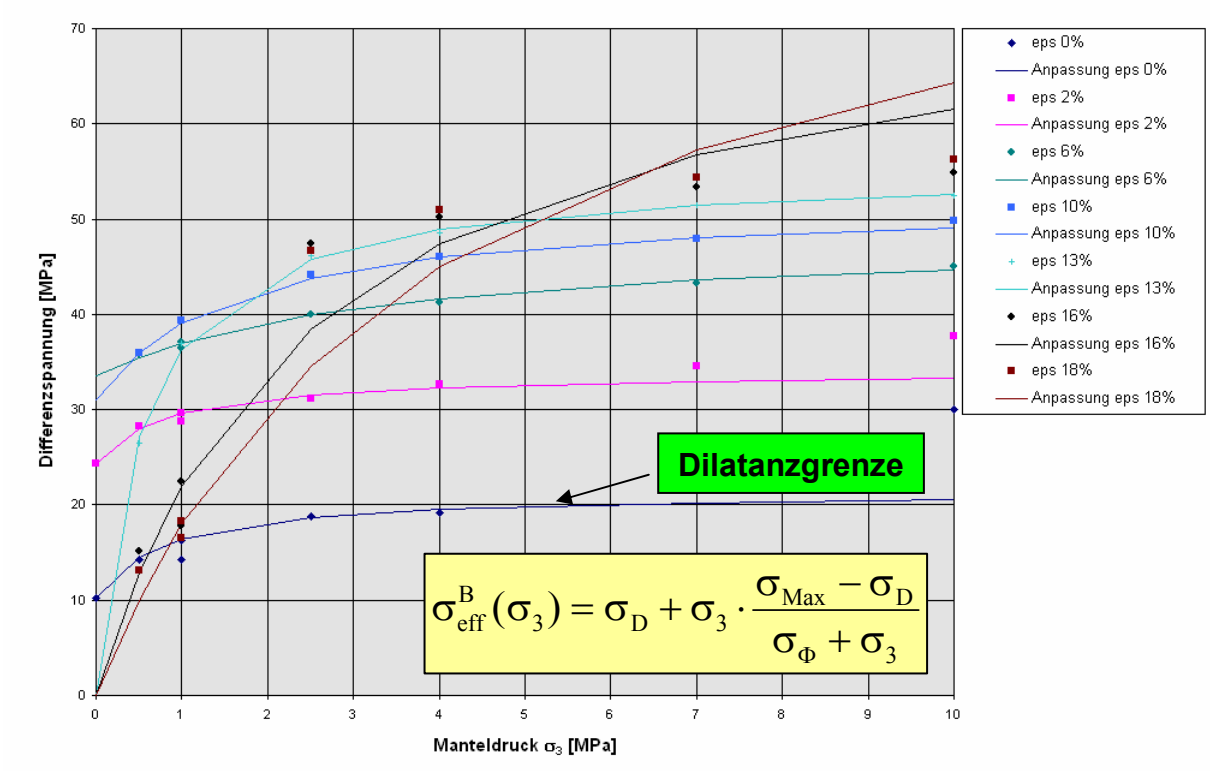
$\varepsilon_{Pl}=0$ bei $\varepsilon_V=\varepsilon_{V,Min}$

Aus dieser Beschreibung folgt die Abhängigkeit der Festigkeit von der plastischen Deformation ε_p

Dieses Vorgehen wird für Triaxialversuche mit unterschiedlichem Manteldruck wiederholt.

$\Rightarrow$ Daraus ergibt sich die Abhängigkeit von der kleinsten Hauptspannung σ_3

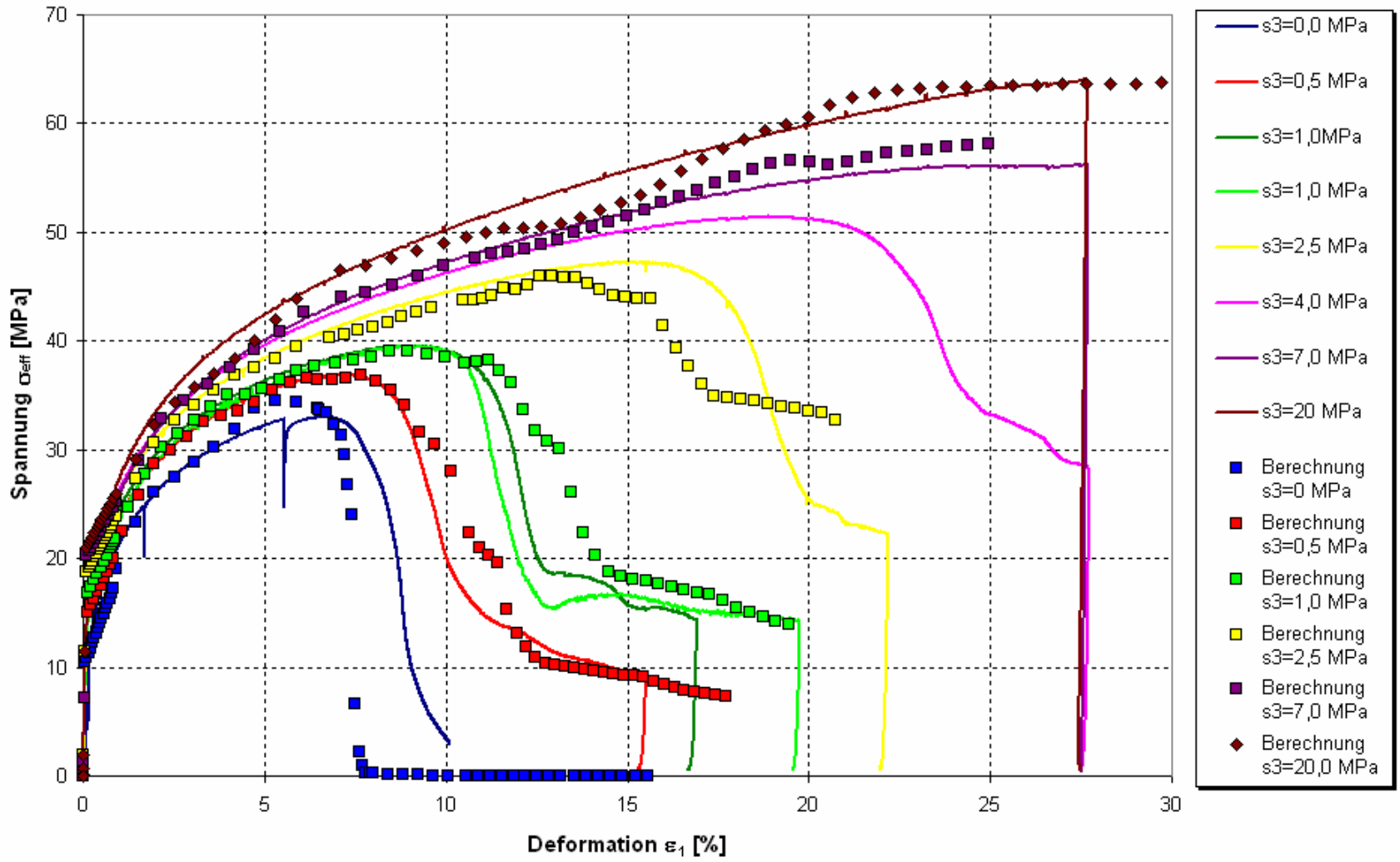
Festigkeitshüllkurven für verschiedene plastische Deformationen abgeleitet aus den Laborversuchen



$$\sigma_{eff}^{B}(\sigma_3) = \sigma_D + \sigma_3 \cdot \frac{\sigma_{Max} - \sigma_D}{\sigma_\Phi + \sigma_3}$$

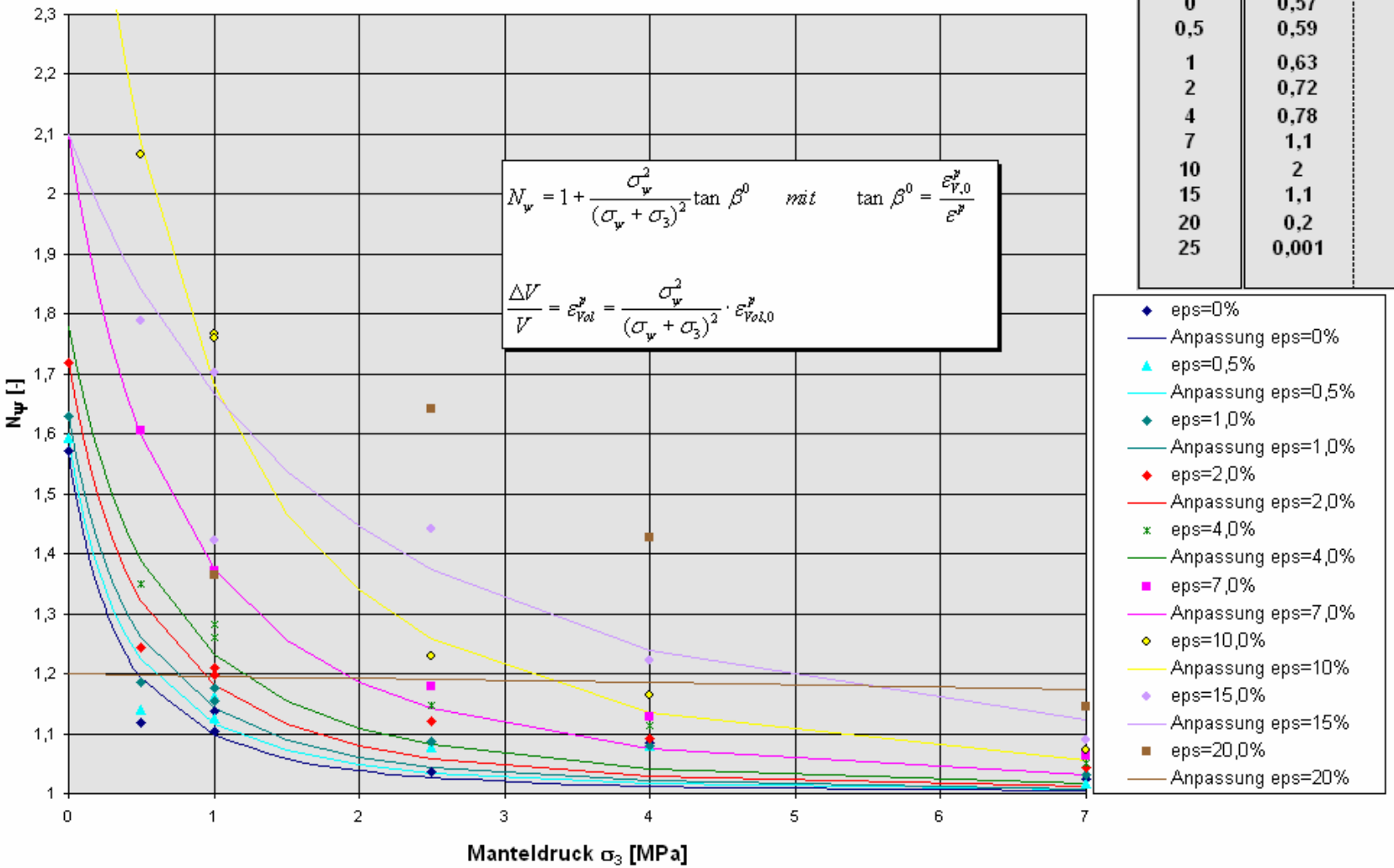
Parametertabelle für die Festigkeitshüllkurven

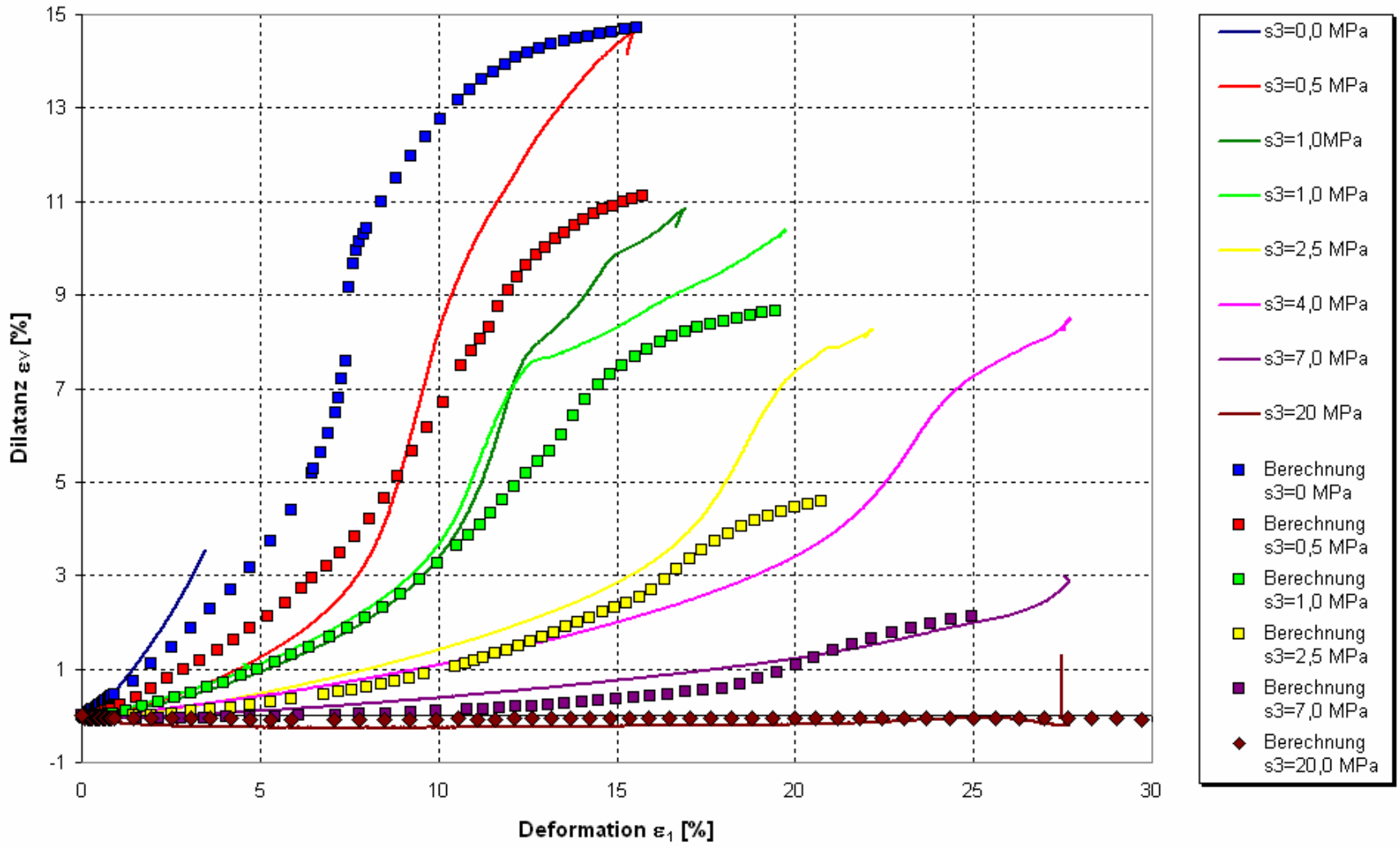
$\varepsilon_{p,k}$	σ_D	σ_{Max}	σ_Φ
0	10,2	21,4	0,81
2	24,4	34	0,85
4	28,4	39	0,65
6	33,5	48,2	3,2
7	34,5	49	3,3
9	33,5	51	2,1
10	31	52	1,6
11	23	51,7	0,78
12	5	53	0,43
13	0	55,3	0,52
14	0	60	0,9
15	0	64	1,15
16	0	77	2,5
17	0	85	3,6
18	0	90	4
19	0	95	4,5
20	0	100	5
21	0	120	7
22	0	140	9
23	0	160	11
24	0	200	15
25	0	250	22
28	0	300	30
30	0	120	10

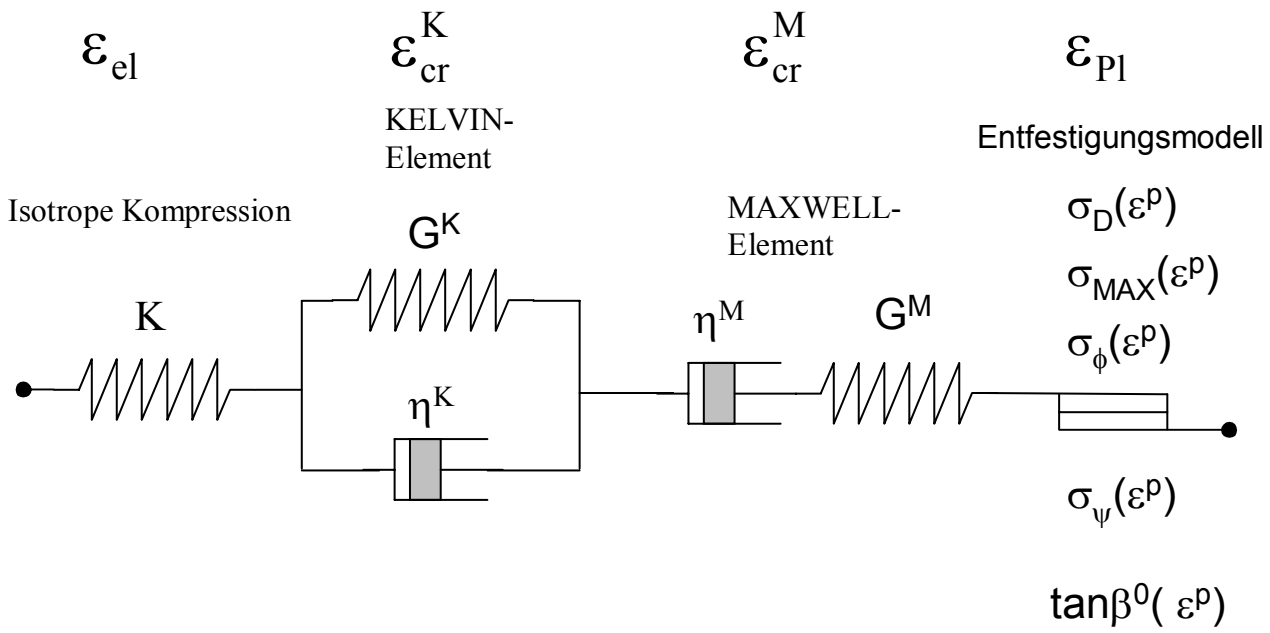

Spannung σeff [MPa]
Deformation ε1 [%]
0
10
20
30
40
50
60
70
0
5
10
15
20
25
30
s3=0,0 MPa
s3=0,5 MPa
s3=1,0MPa
s3=1,0 MPa
s3=2,5 MPa
s3=4,0 MPa
s3=7,0 MPa
s3=20 MPa
Berechnung s3=0 MPa
Berechnung s3=0,5 MPa
Berechnung s3=1,0 MPa
Berechnung s3=2,5 MPa
Berechnung s3=7,0 MPa
Berechnung s3=20,0 MPa

Parametertabelle für die Dilatanzkurven

ε_{ps} [%]	$\tan\beta^0$	σ_ψ
0	0,57	0,7
0,5	0,59	0,8
1	0,63	0,9
2	0,72	1
4	0,78	1,2
7	1,1	1,4
10	2	1,4
15	1,1	3,5
20	0,2	100
25	0,001	100




Dilatanz εV [%]
Deformation ε1 [%]
15
13
11
9
7
5
3
1
-1
0
5
10
15
20
25
30
s3=0,0 MPa
s3=0,5 MPa
s3=1,0MPa
s3=1,0 MPa
s3=2,5 MPa
s3=4,0 MPa
s3=7,0 MPa
s3=20 MPa
Berechnung s3=0 MPa
Berechnung s3=0,5 MPa
Berechnung s3=1,0 MPa
Berechnung s3=2,5 MPa
Berechnung s3=7,0 MPa
Berechnung s3=20,0 MPa



2. Invariante: $$J_2^D = \frac{1}{6}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]$$

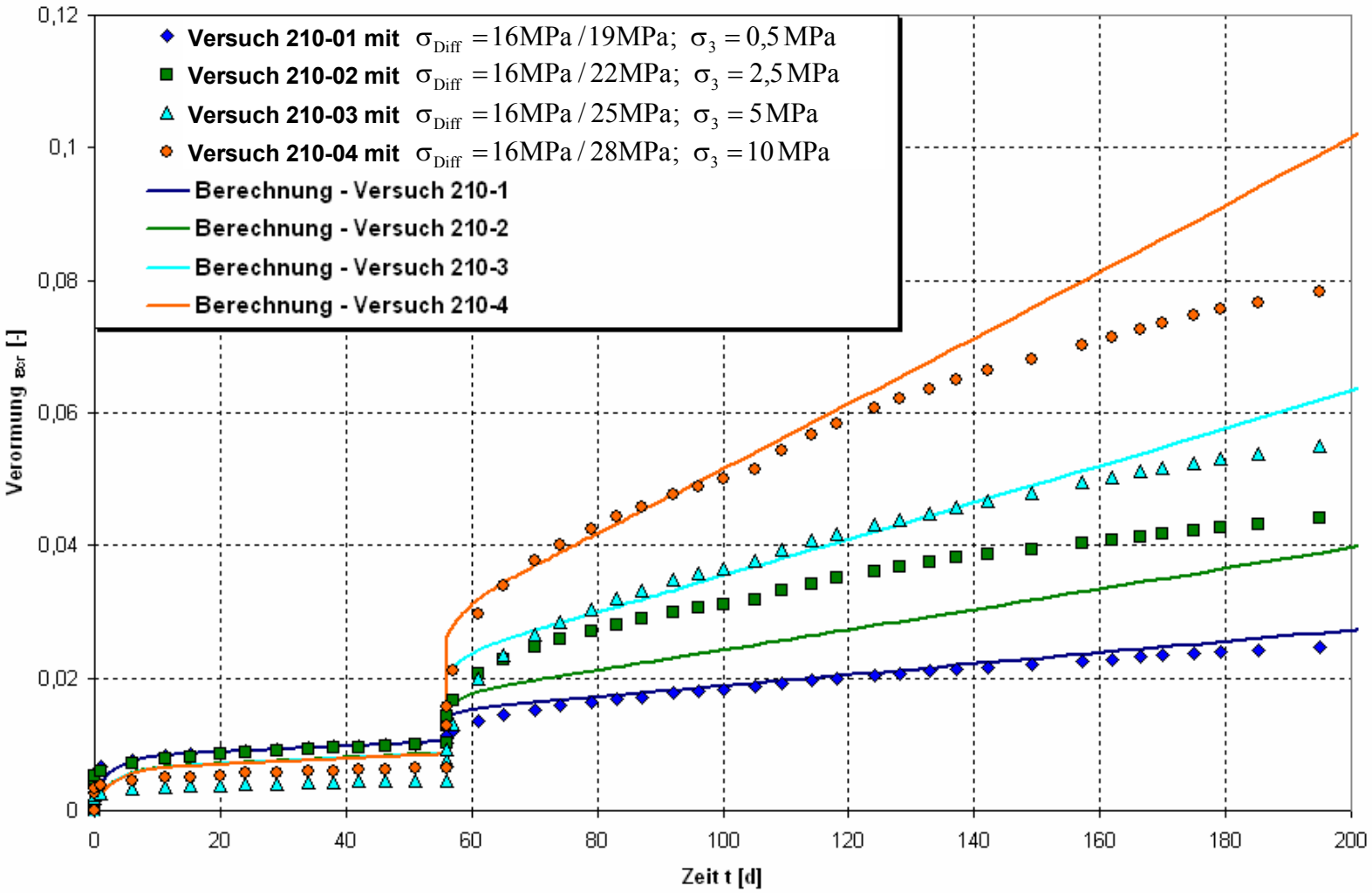
el. Verformungsanteil: $$\varepsilon_{el} = \frac{\sigma_V}{3\cdot G^M} \quad ;\sigma_V = \sigma_{eff} = \sqrt{3\cdot J_2^D}$$

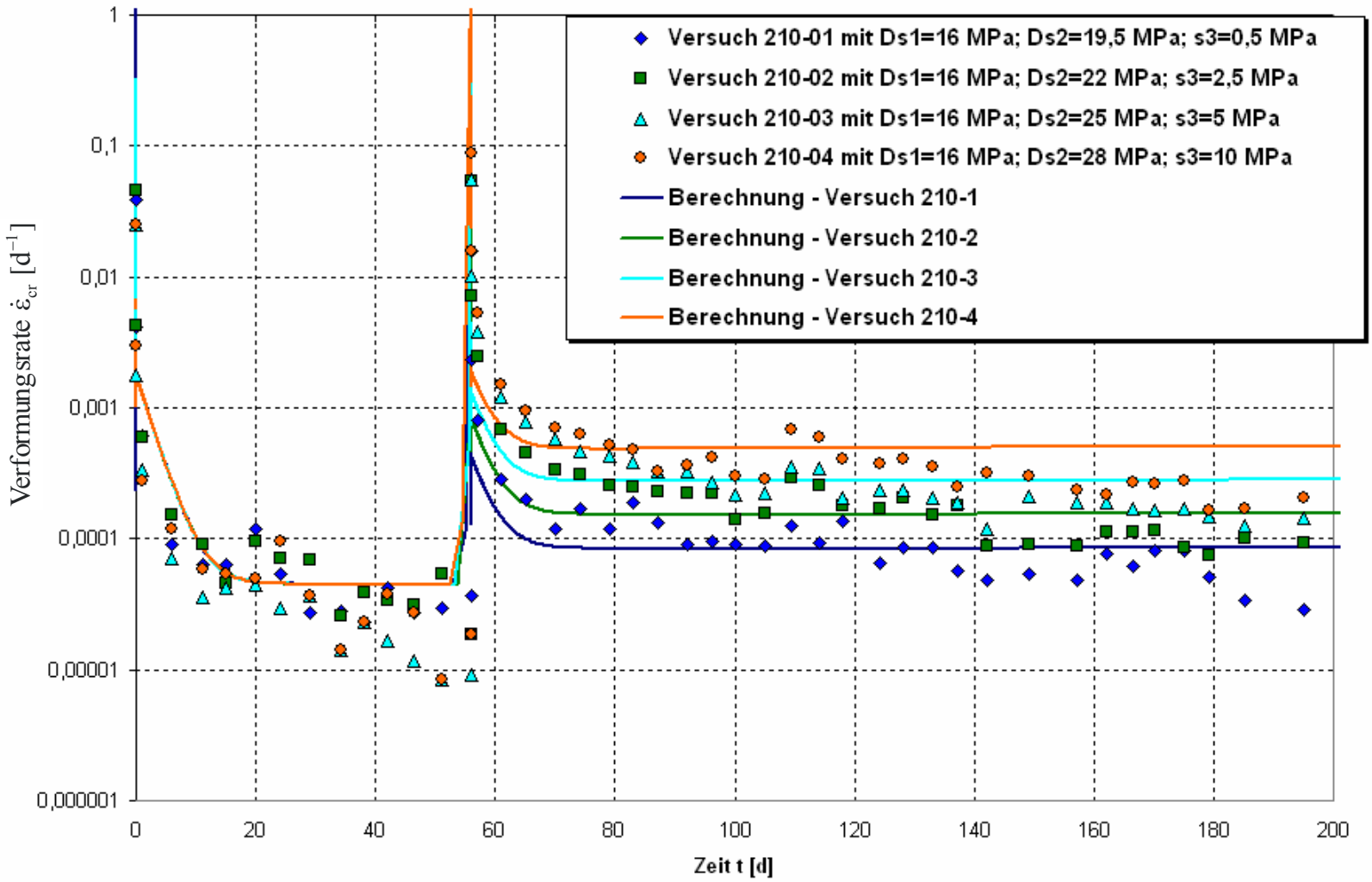
Kelvin-Modell: $$\varepsilon_K = \frac{\sigma_V}{3\cdot G^K}\cdot\left[1-e^{-\frac{t\cdot G^K}{\eta^K}}\right]$$

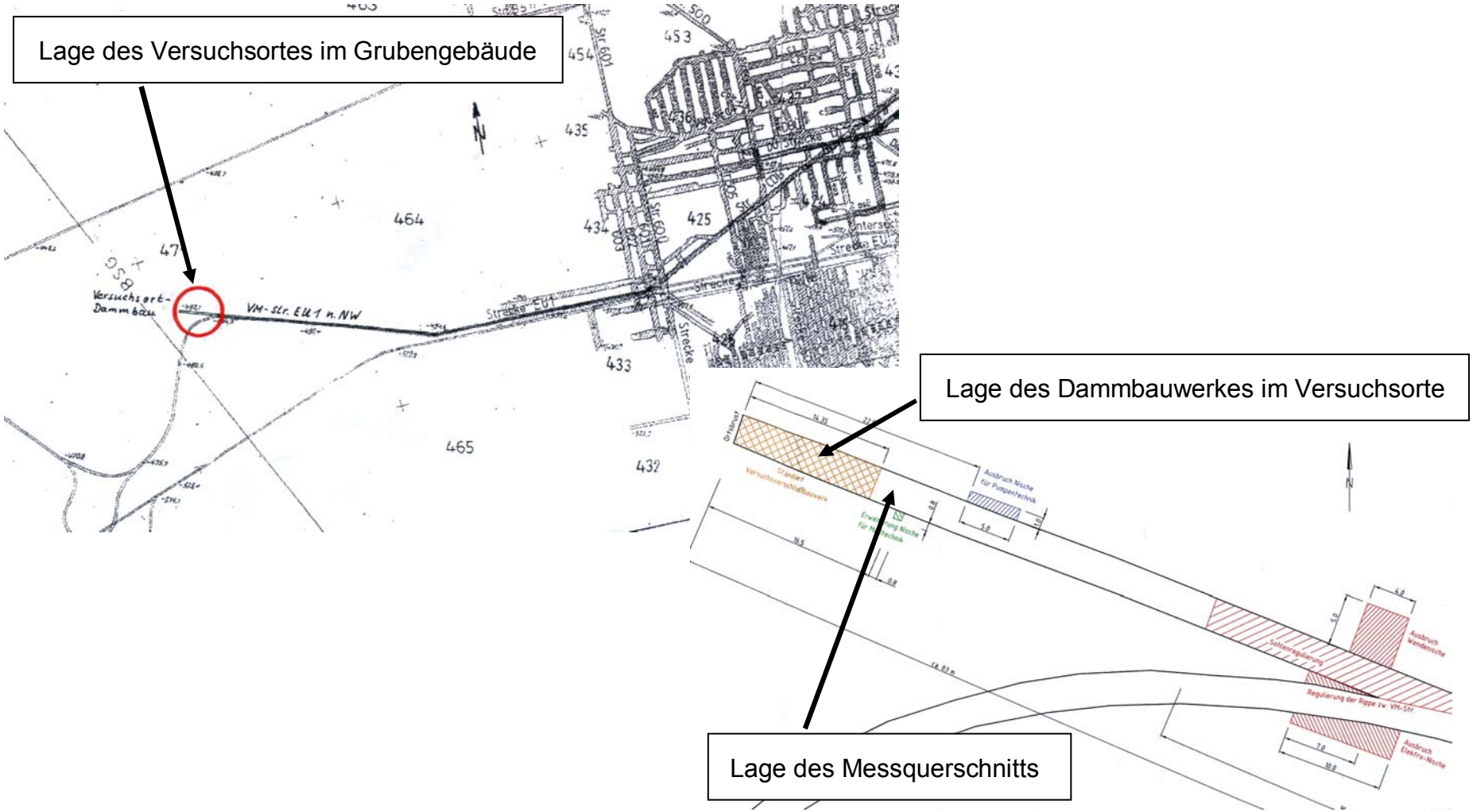
Maxwell-Modell: $$\varepsilon_M = \frac{\sigma_V}{3\cdot\eta^M\cdot e^{[-m2\cdot\sigma_V]}}\cdot t$$

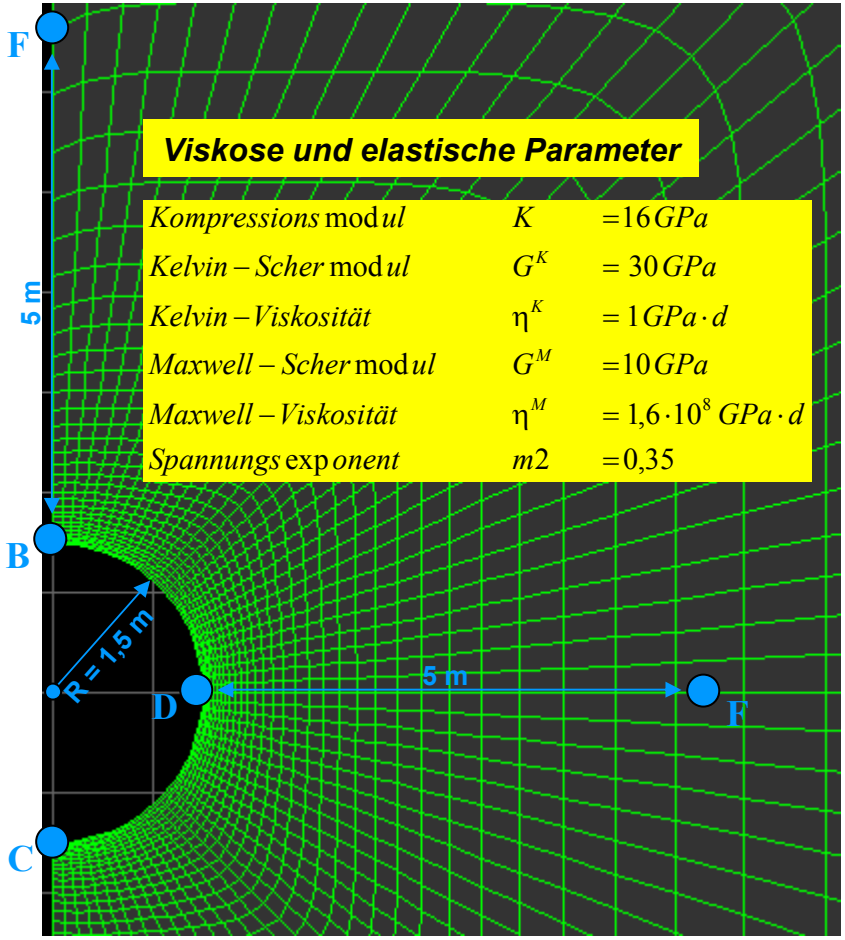
Viskose und elastische Parameter

Kompressionsmodul	K	$=16\,\text{GPa}$
Kelvin – Schermodul	G^K	$=1\,\text{GPa}$
Kelvin – Viskosität	η^K	$=3\,\text{GPa}\cdot\text{d}$
Maxwell – Schermodul	G^M	$=10\,\text{GPa}$
Maxwell – Viskosität	η^M	$=1{,}3\cdot10^6\,\text{GPa}\cdot\text{d}$
Spannungsexponent	m2	$=0{,}149$


Versuch 210-01 mit $\sigma_{Diff} = 16MPa / 19MPa;\ \sigma_3 = 0{,}5\,MPa$
Versuch 210-02 mit $\sigma_{Diff} = 16MPa / 22MPa;\ \sigma_3 = 2{,}5\,MPa$
Versuch 210-03 mit $\sigma_{Diff} = 16MPa / 25MPa;\ \sigma_3 = 5\,MPa$
Versuch 210-04 mit $\sigma_{Diff} = 16MPa / 28MPa;\ \sigma_3 = 10\,MPa$
Berechnung - Versuch 210-1
Berechnung - Versuch 210-2
Berechnung - Versuch 210-3
Berechnung - Versuch 210-4
Verformung ε_{cr} [-]
0,12
0,1
0,08
0,06
0,04
0,02
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
Zeit t [d]

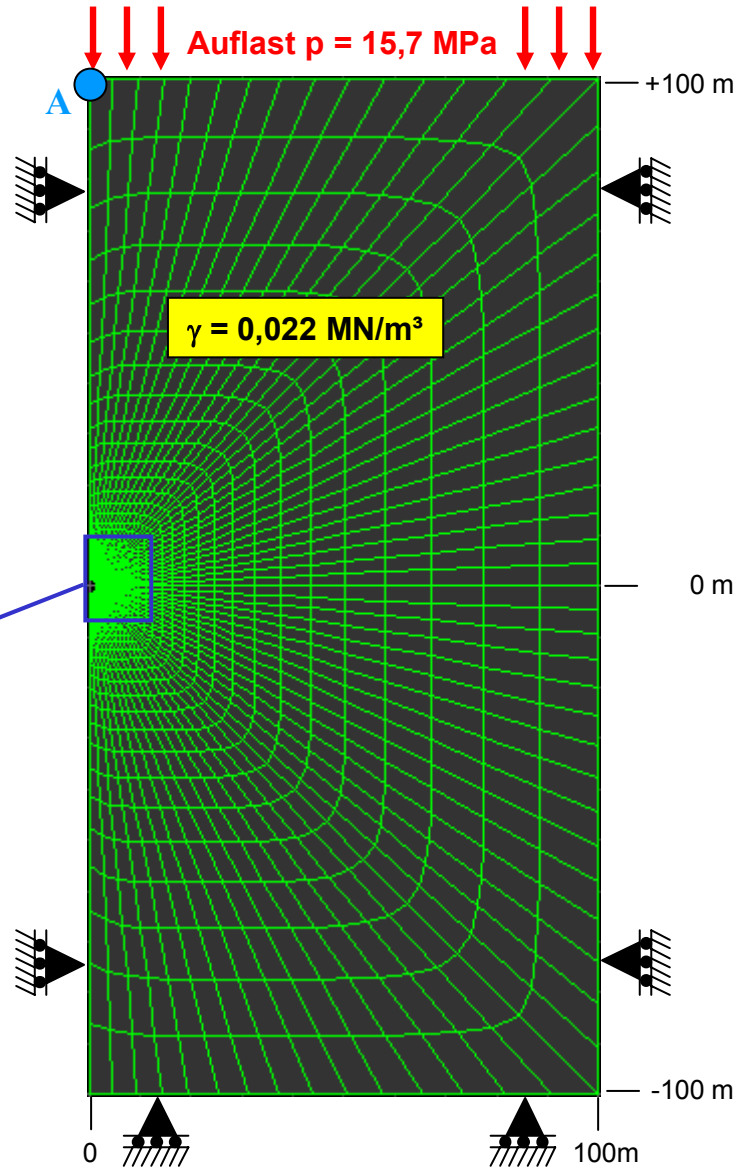

Versuch 210-01 mit Ds1=16 MPa; Ds2=19,5 MPa; s3=0,5 MPa
Versuch 210-02 mit Ds1=16 MPa; Ds2=22 MPa; s3=2,5 MPa
Versuch 210-03 mit Ds1=16 MPa; Ds2=25 MPa; s3=5 MPa
Versuch 210-04 mit Ds1=16 MPa; Ds2=28 MPa; s3=10 MPa
Berechnung - Versuch 210-1
Berechnung - Versuch 210-2
Berechnung - Versuch 210-3
Berechnung - Versuch 210-4
Verformungsrate $\dot{\varepsilon}_{cr}$ [d^{-1}]
1
0,1
0,01
0,001
0,0001
0,00001
0,000001
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
Zeit t [d]

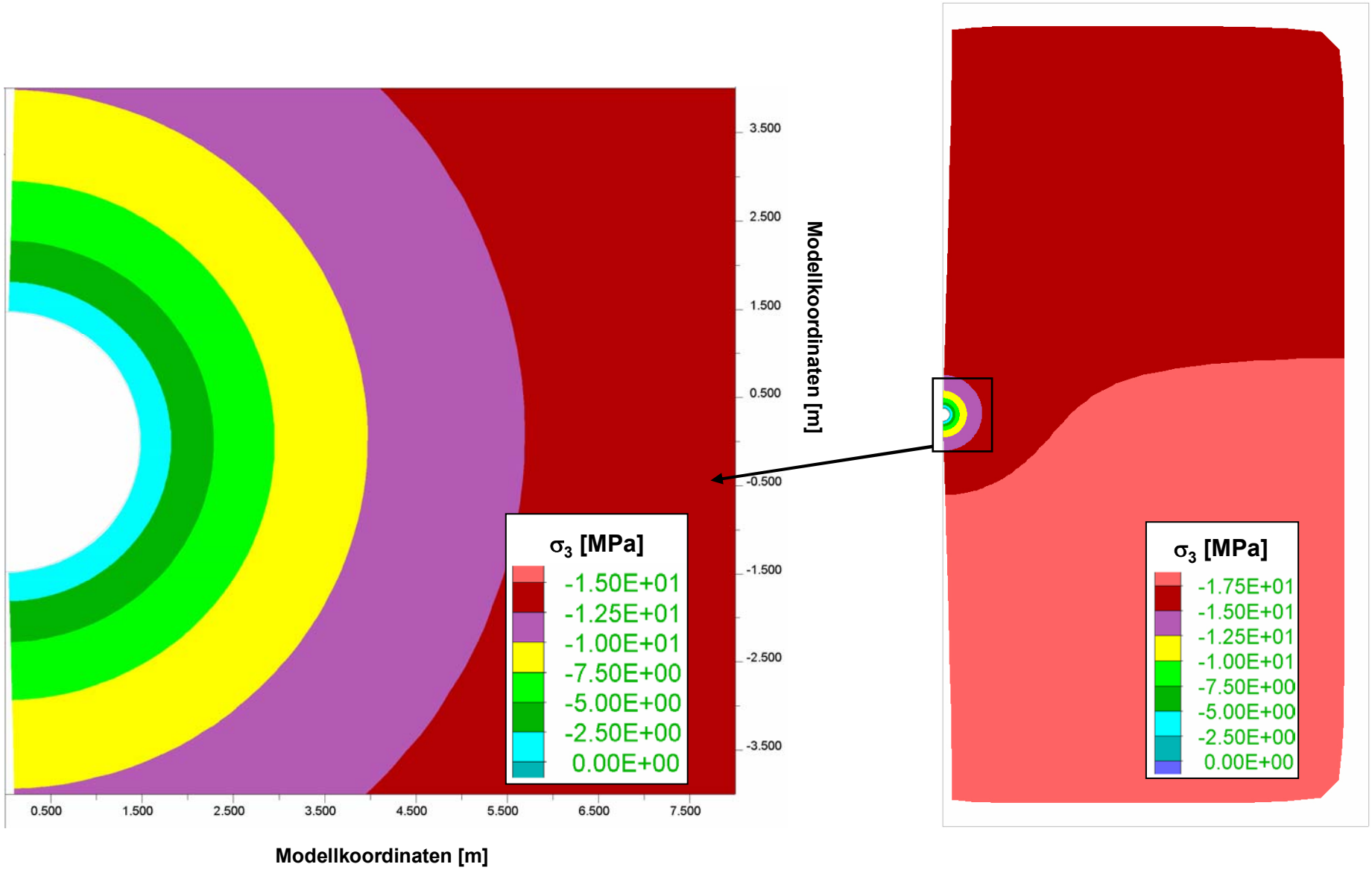

Lage des Versuchsortes im Grubengebäude
Lage des Dammbauwerkes im Versuchsorte
Lage des Messquerschnitts
Versuchsort-Dammbau
VM-Str. EU1 n. NW
Strecke EU1
Strecke
Str. 601
Str. 603
464
465
425
433
432
434
435
453
454
Ausbruch Nische für Pumpentechnik
Ausbruch Wendenische
Ausbruch Elektro-Nische
Regulierung der Rippe zw. VM-Str.

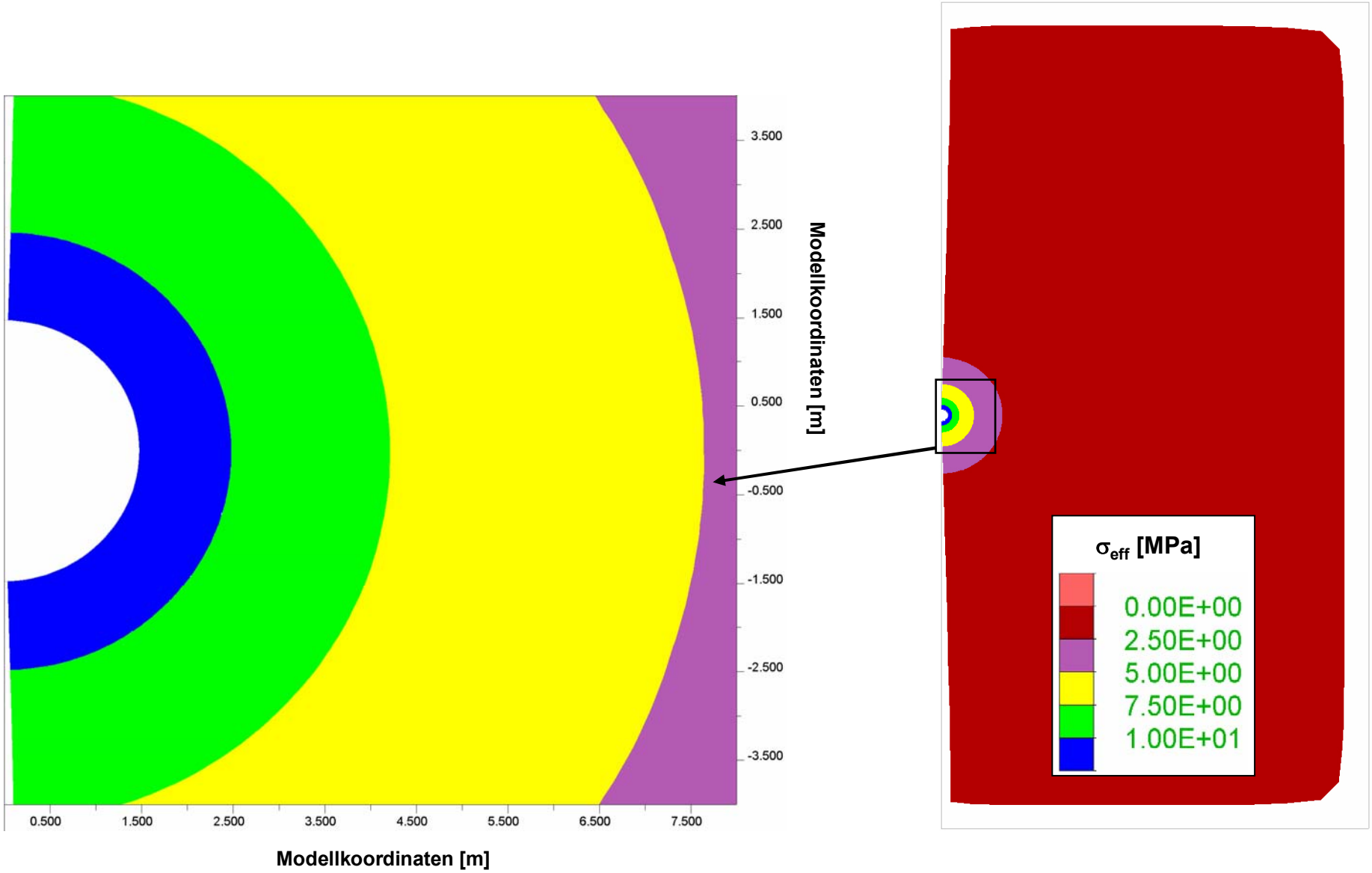


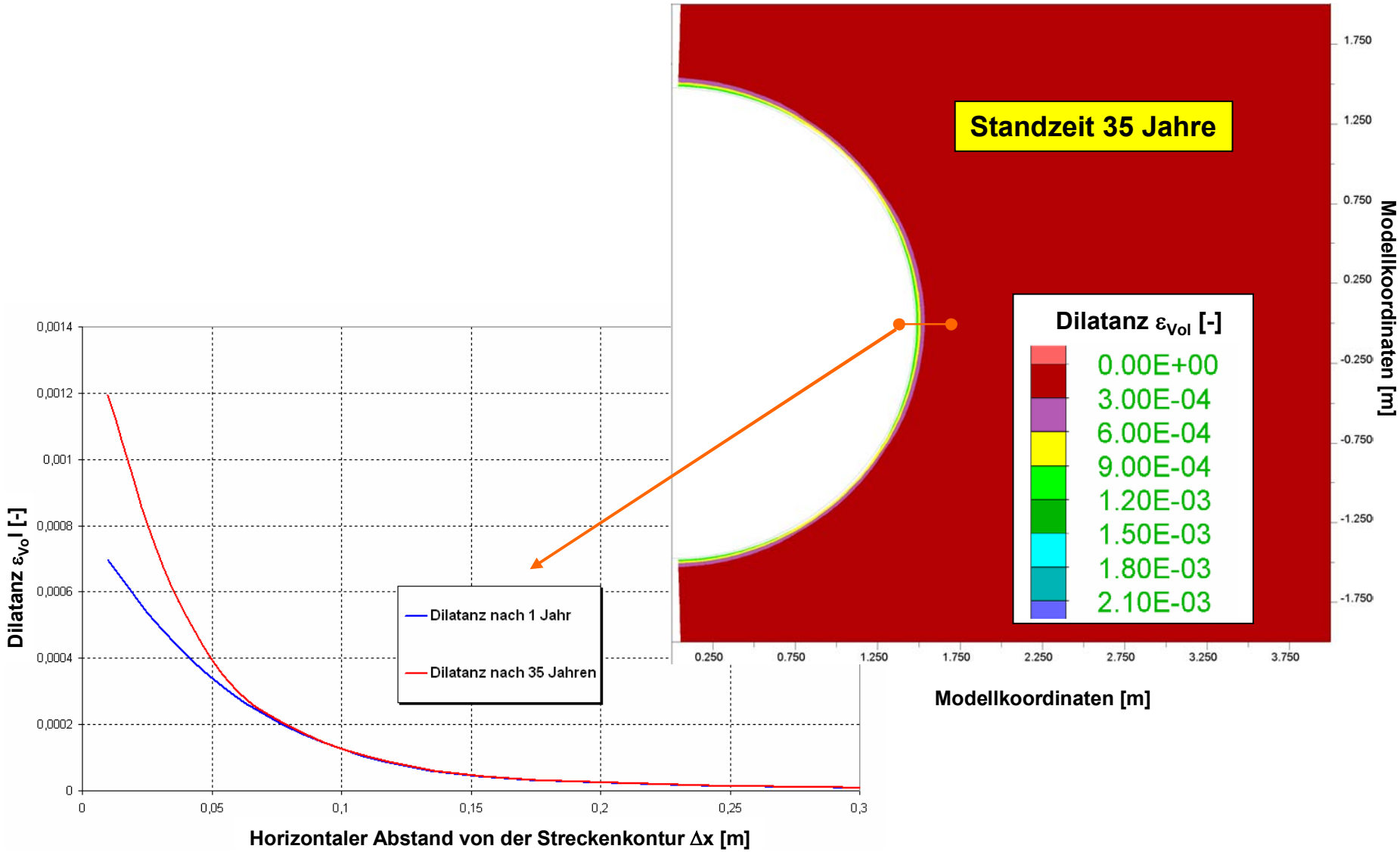
Viskose und elastische Parameter

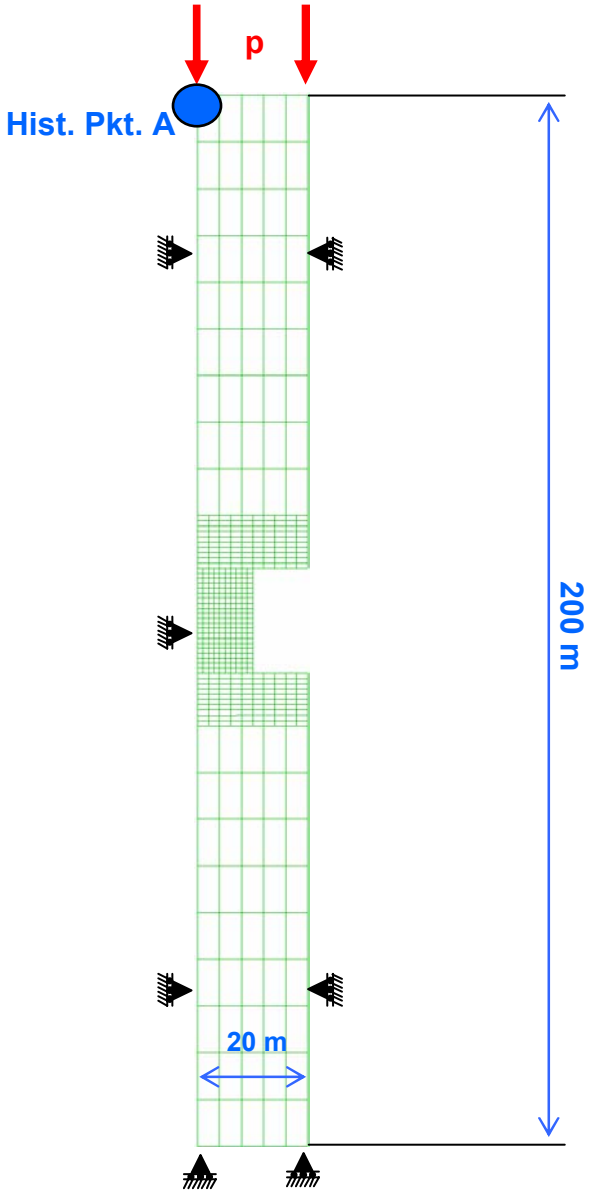
$Kompressions\,modul$	K	$=16\,GPa$
$Kelvin-Scher\,modul$	G^K	$=30\,GPa$
$Kelvin-Viskosität$	η^K	$=1\,GPa\cdot d$
$Maxwell-Scher\,modul$	G^M	$=10\,GPa$
$Maxwell-Viskosität$	η^M	$=1{,}6\cdot 10^8\,GPa\cdot d$
$Spannungs\,exponent$	$m2$	$=0{,}35$



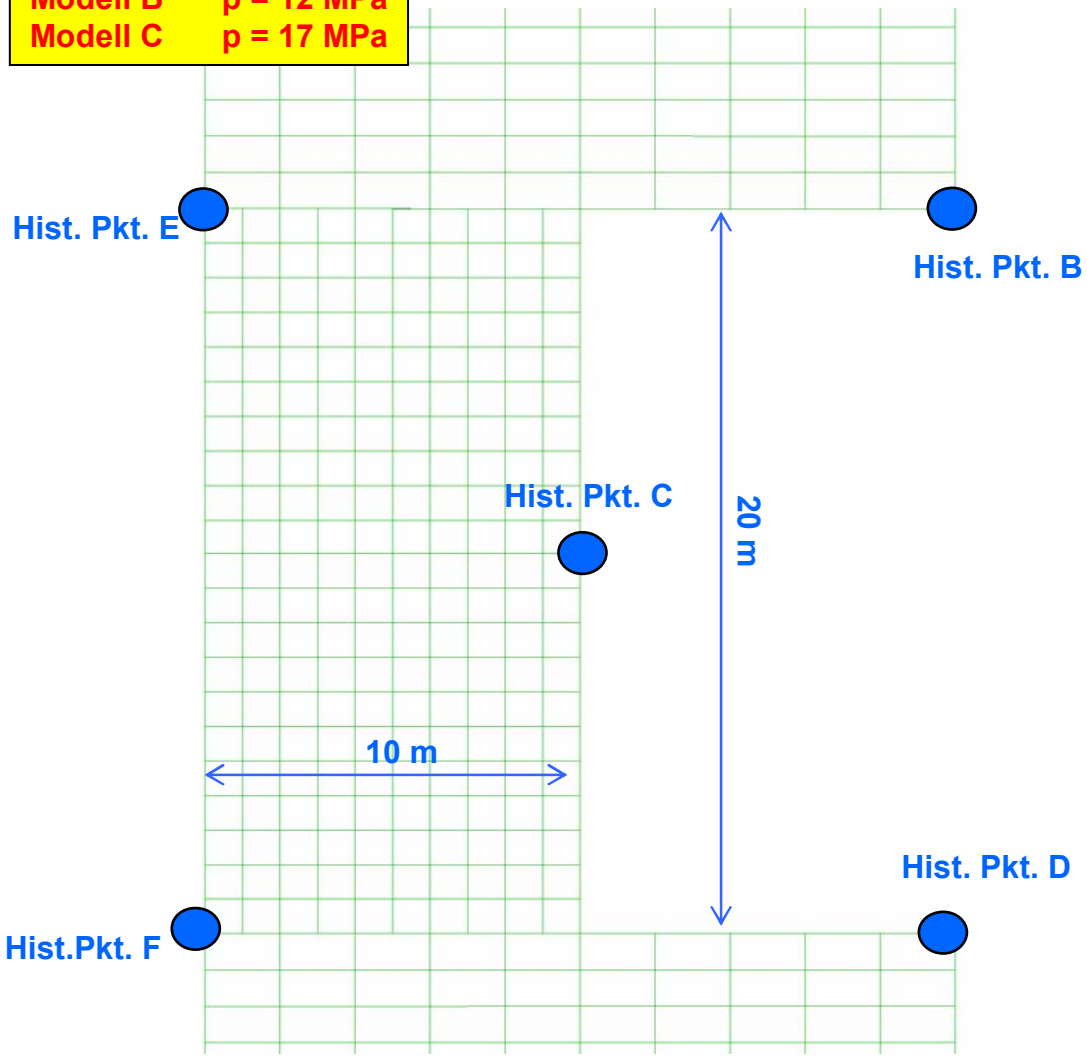

3.500
2.500
1.500
0.500
-0.500
-1.500
-2.500
-3.500
Modellkoordinaten [m]
0.500
1.500
2.500
3.500
4.500
5.500
6.500
7.500
Modellkoordinaten [m]
σ3 [MPa]
-1.50E+01
-1.25E+01
-1.00E+01
-7.50E+00
-5.00E+00
-2.50E+00
0.00E+00
σ3 [MPa]
-1.75E+01
-1.50E+01
-1.25E+01
-1.00E+01
-7.50E+00
-5.00E+00
-2.50E+00
0.00E+00


3.500
2.500
1.500
0.500
-0.500
-1.500
-2.500
-3.500
Modellkoordinaten [m]
0.500
1.500
2.500
3.500
4.500
5.500
6.500
7.500
Modellkoordinaten [m]
σeff [MPa]
0.00E+00
2.50E+00
5.00E+00
7.50E+00
1.00E+01

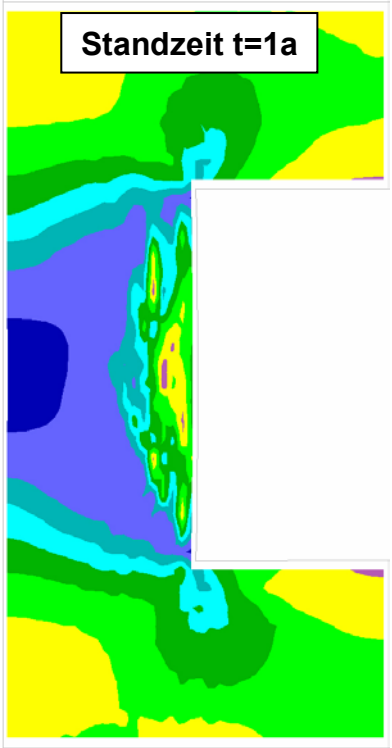

Standzeit 35 Jahre
Dilatanz ε_{Vol} [-]
0.00E+00
3.00E-04
6.00E-04
9.00E-04
1.20E-03
1.50E-03
1.80E-03
2.10E-03
Modellkoordinaten [m]
Modellkoordinaten [m]
Dilatanz ε_{Vol} [-]
Dilatanz nach 1 Jahr
Dilatanz nach 35 Jahren
Horizontaler Abstand von der Streckenkontur Δx [m]

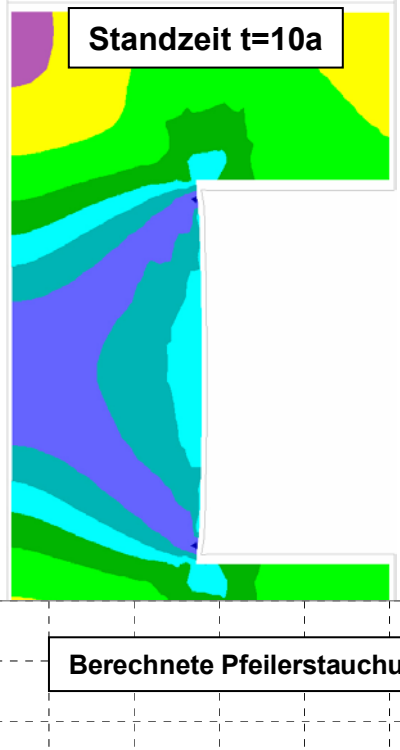


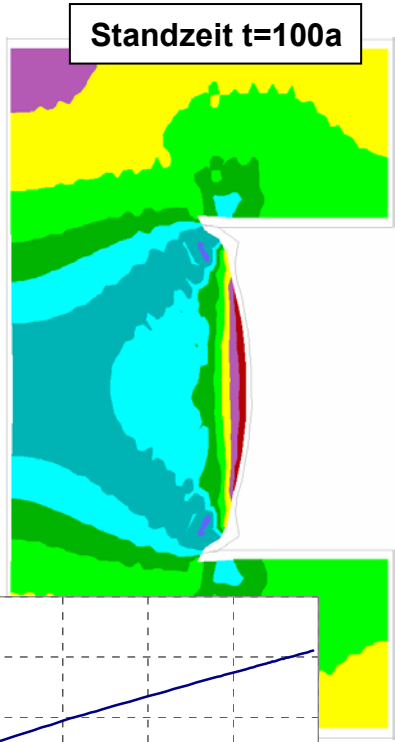
Modell A	p = 7 MPa
Modell B	p = 12 MPa
Modell C	p = 17 MPa

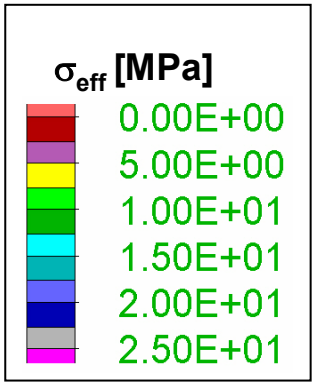


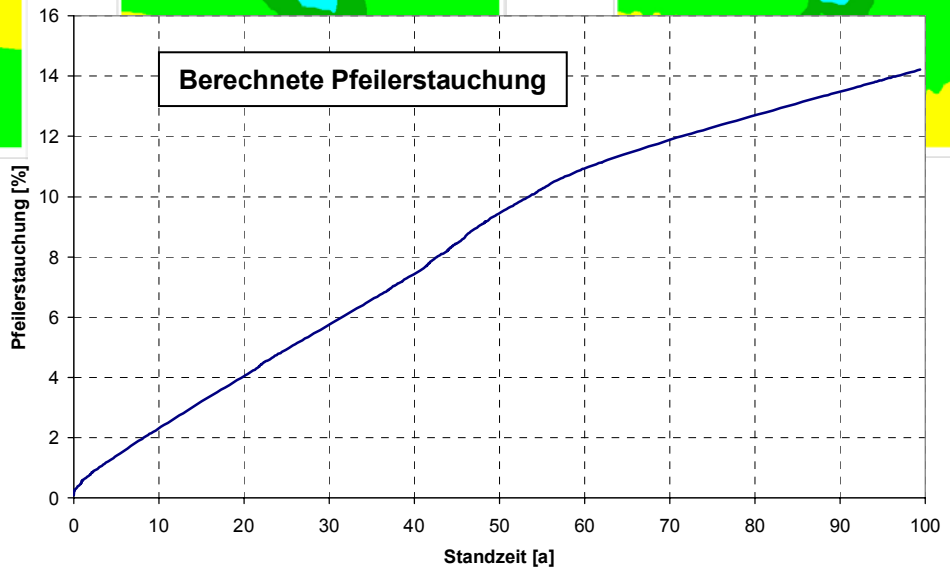
Standzeit t=10d

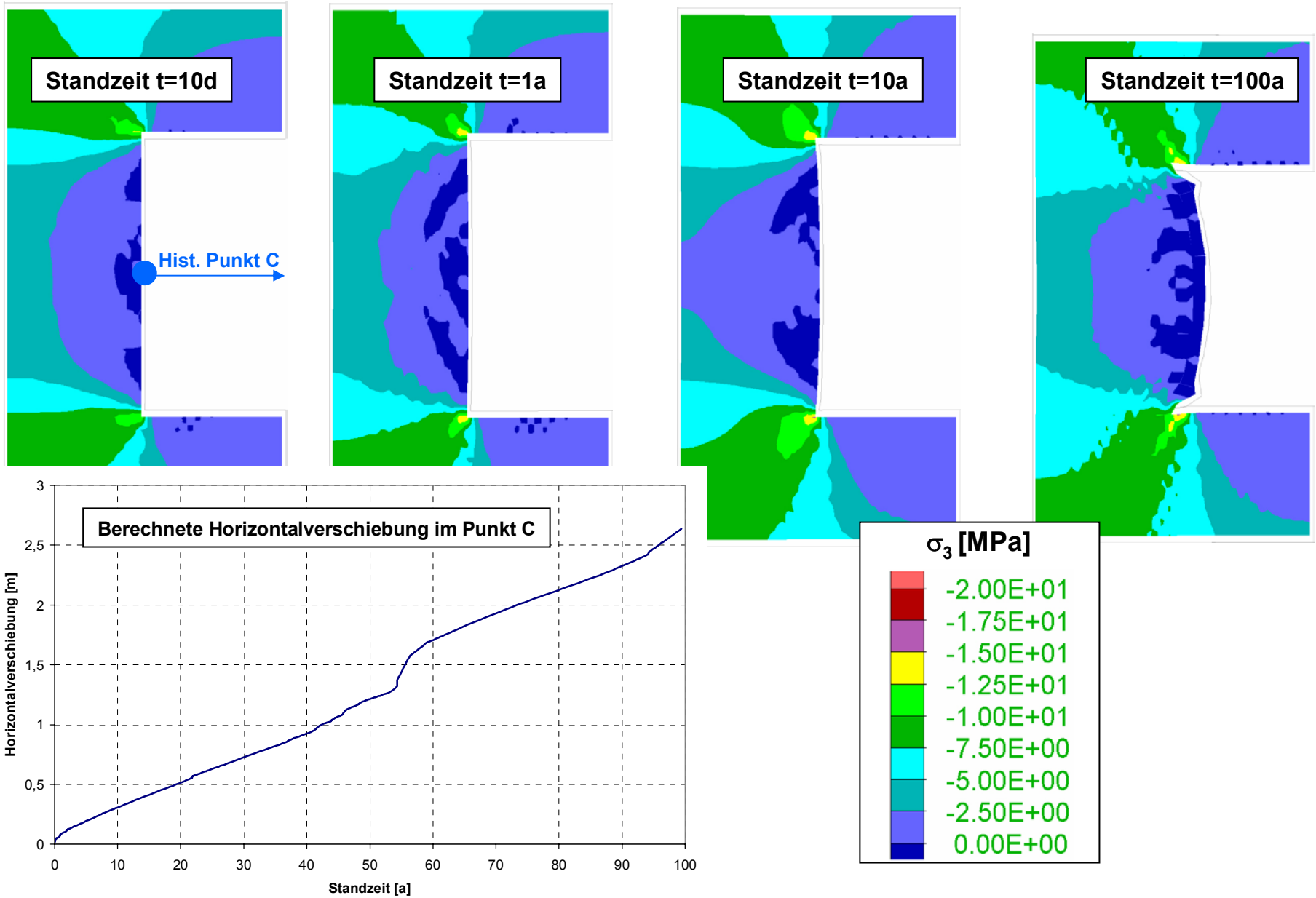

Standzeit t=1a

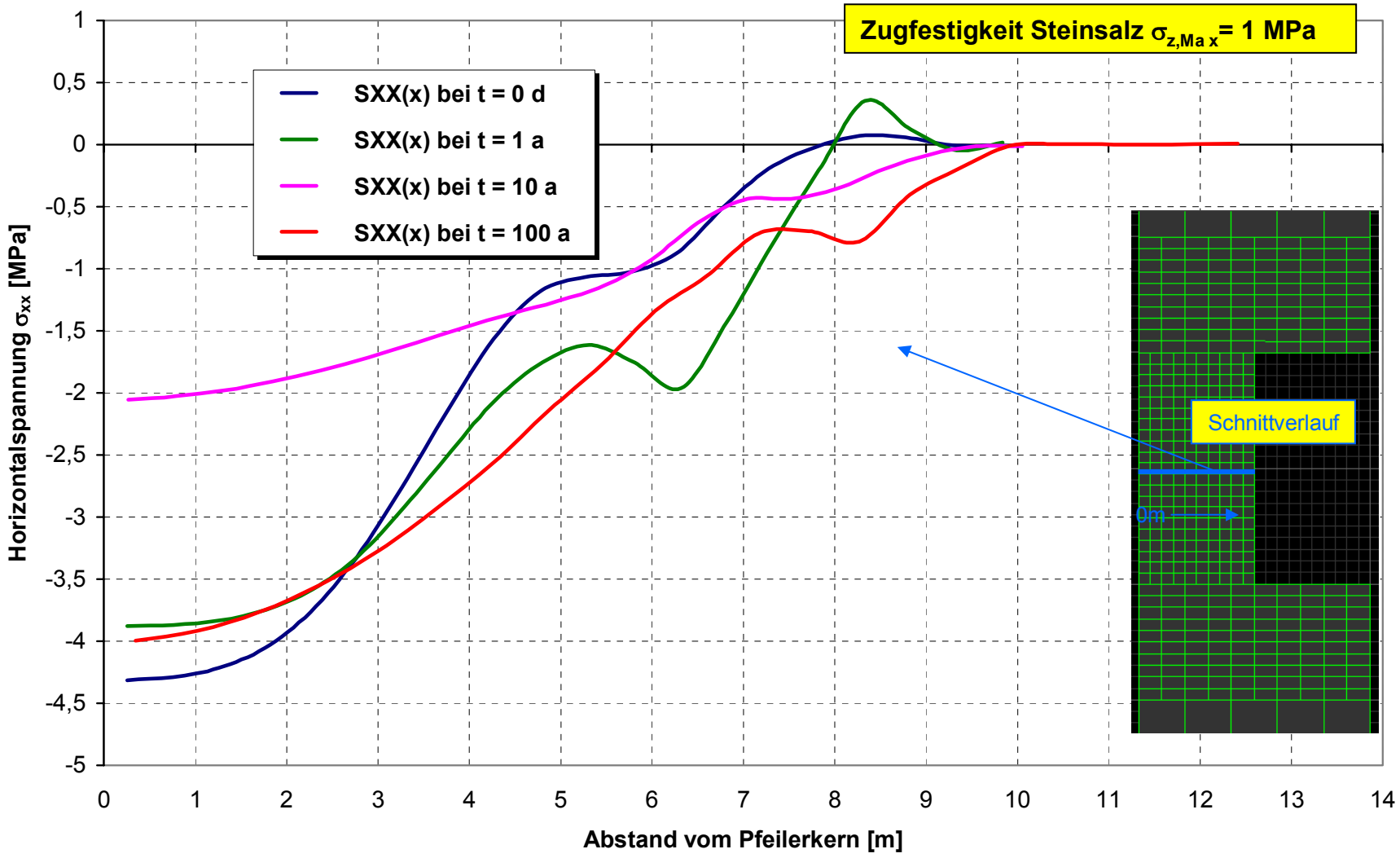

Standzeit t=10a

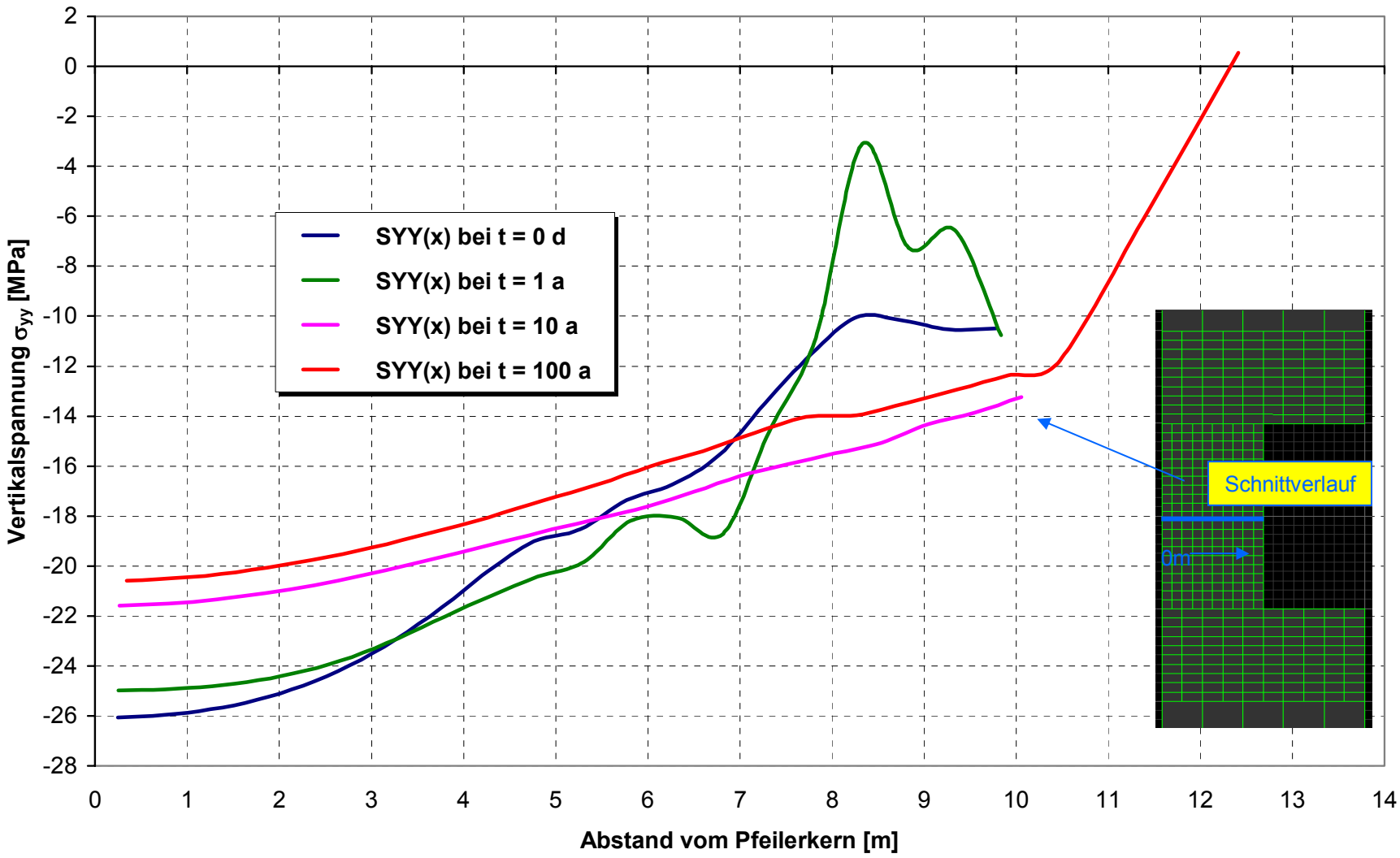

Standzeit t=100a

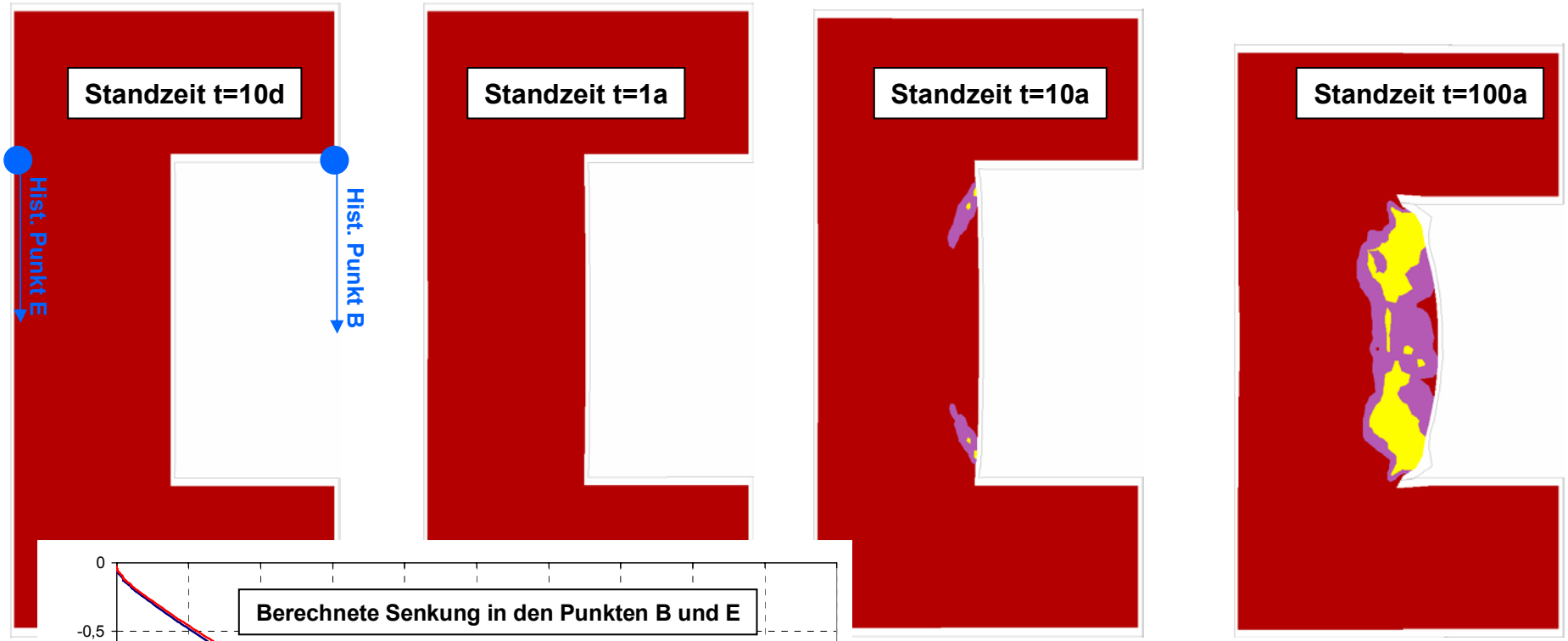

σeff [MPa]
0.00E+00
5.00E+00
1.00E+01
1.50E+01
2.00E+01
2.50E+01

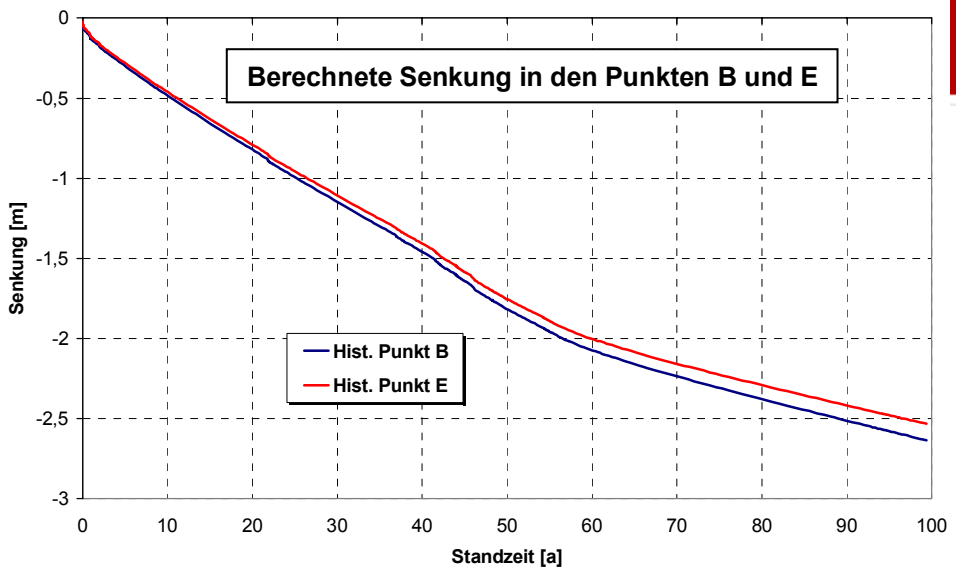

Berechnete Pfeilerstauchung
Pfeilerstauchung [%]
Standzeit [a]
0
2
4
6
8
10
12
14
16
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

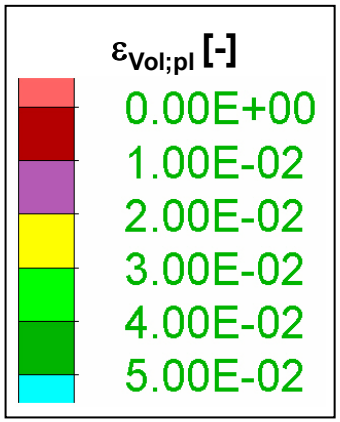

Standzeit t=10d
Standzeit t=1a
Standzeit t=10a
Standzeit t=100a
Hist. Punkt C
Berechnete Horizontalverschiebung im Punkt C
Horizontalverschiebung [m]
Standzeit [a]
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
σ3 [MPa]
-2.00E+01
-1.75E+01
-1.50E+01
-1.25E+01
-1.00E+01
-7.50E+00
-5.00E+00
-2.50E+00
0.00E+00

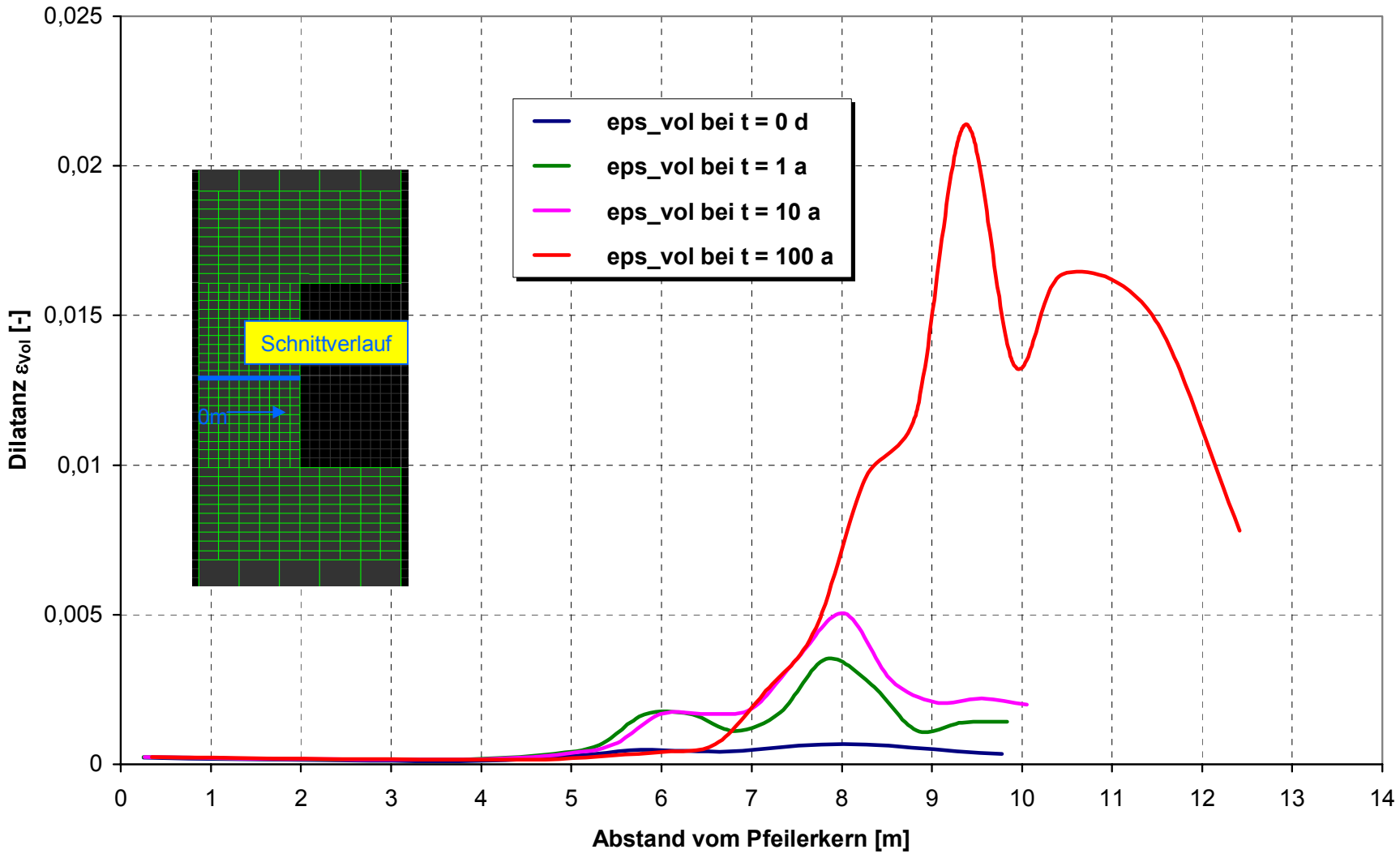

Zugfestigkeit Steinsalz $\sigma_{z,Max}$= 1 MPa
SXX(x) bei t = 0 d
SXX(x) bei t = 1 a
SXX(x) bei t = 10 a
SXX(x) bei t = 100 a
Schnittverlauf
0m
Horizontalspannung σ_{xx} [MPa]
Abstand vom Pfeilerkern [m]
1
0,5
0
-0,5
-1
-1,5
-2
-2,5
-3
-3,5
-4
-4,5
-5
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14

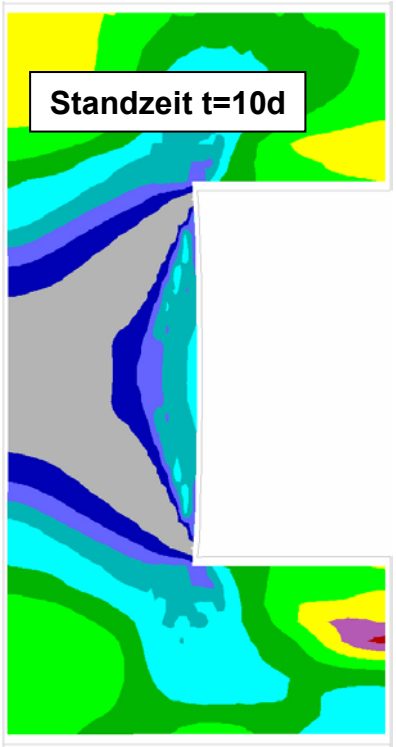

Vertikalspannung σyy [MPa]
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-14
-16
-18
-20
-22
-24
-26
-28
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
Abstand vom Pfeilerkern [m]
SYY(x) bei t = 0 d
SYY(x) bei t = 1 a
SYY(x) bei t = 10 a
SYY(x) bei t = 100 a
Schnittverlauf
0m

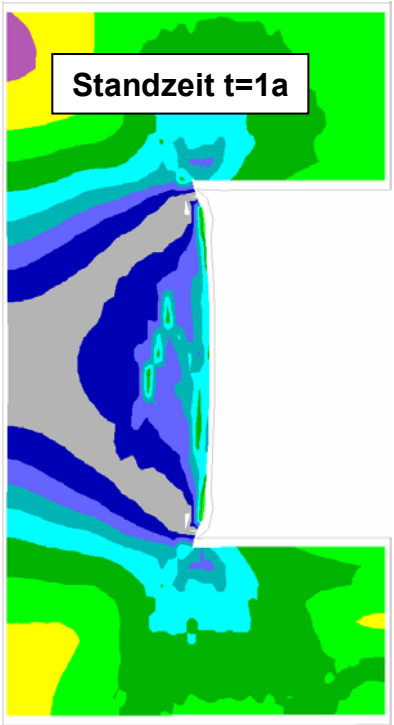

Standzeit t=10d
Standzeit t=1a
Standzeit t=10a
Standzeit t=100a
Hist. Punkt E
Hist. Punkt B

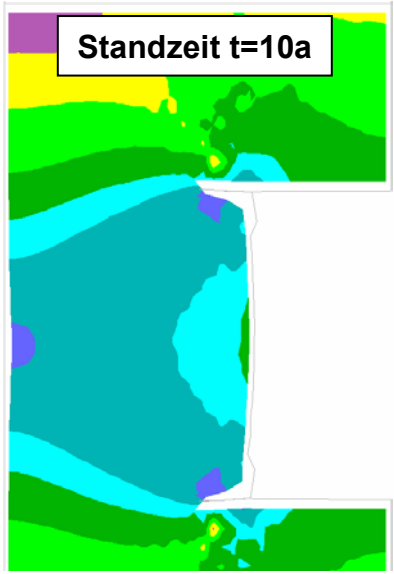

Berechnete Senkung in den Punkten B und E
Senkung [m]
0
-0,5
-1
-1,5
-2
-2,5
-3
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Standzeit [a]
Hist. Punkt B
Hist. Punkt E

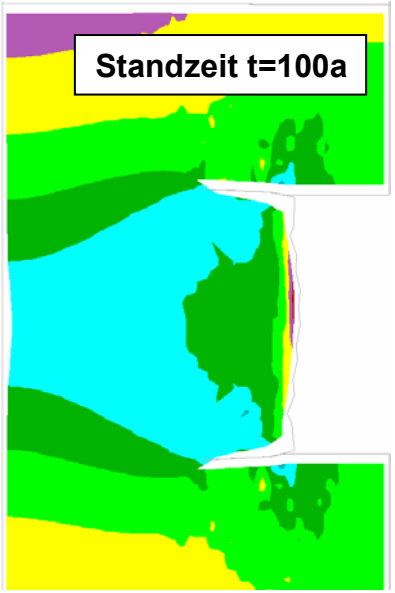

εVol;pl [-]
0.00E+00
1.00E-02
2.00E-02
3.00E-02
4.00E-02
5.00E-02

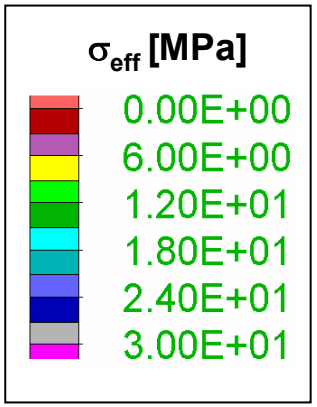

0,025
0,02
0,015
0,01
0,005
0
Dilatanz εVol [-]
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
Abstand vom Pfeilerkern [m]
eps_vol bei t = 0 d
eps_vol bei t = 1 a
eps_vol bei t = 10 a
eps_vol bei t = 100 a
Schnittverlauf
0m

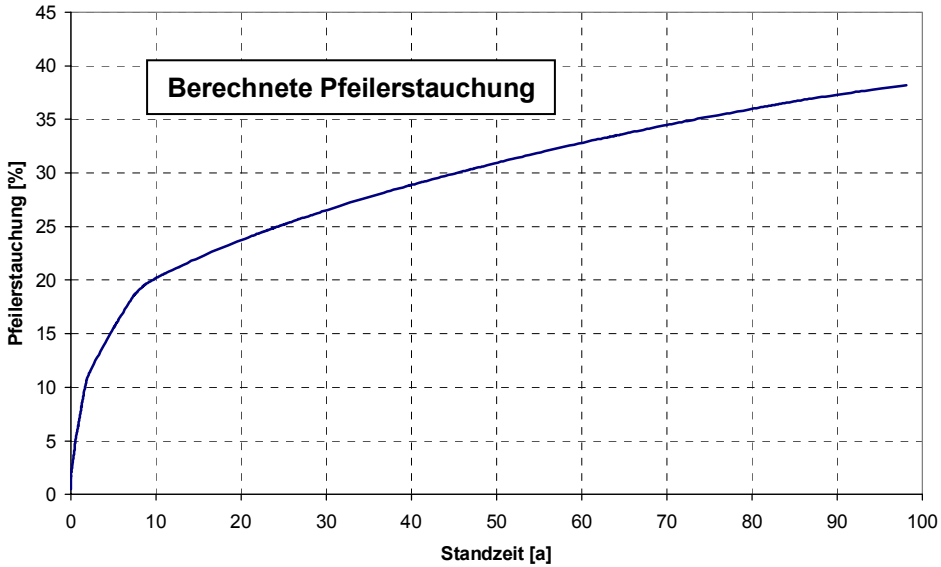

Standzeit t=10d

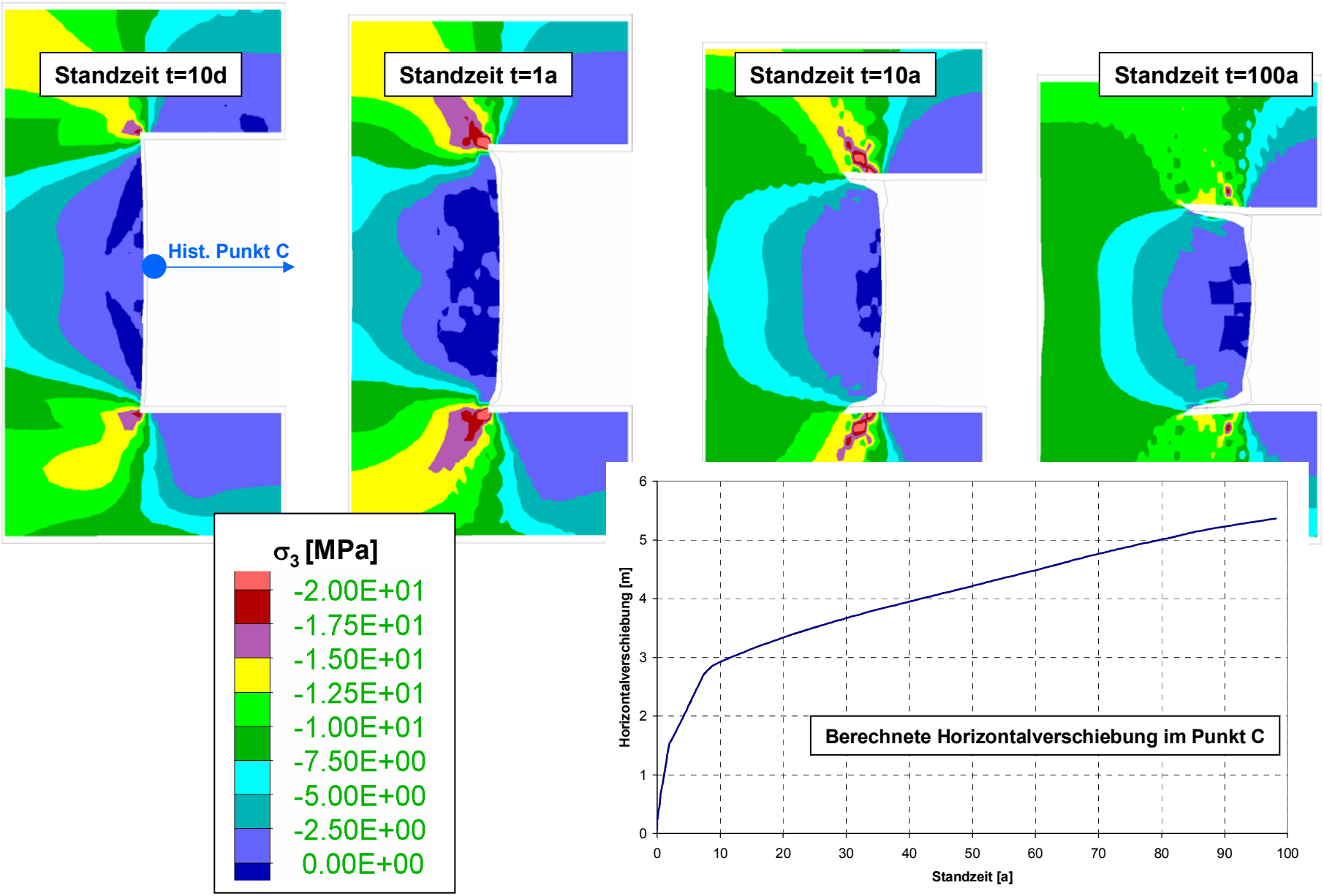

Standzeit t=1a

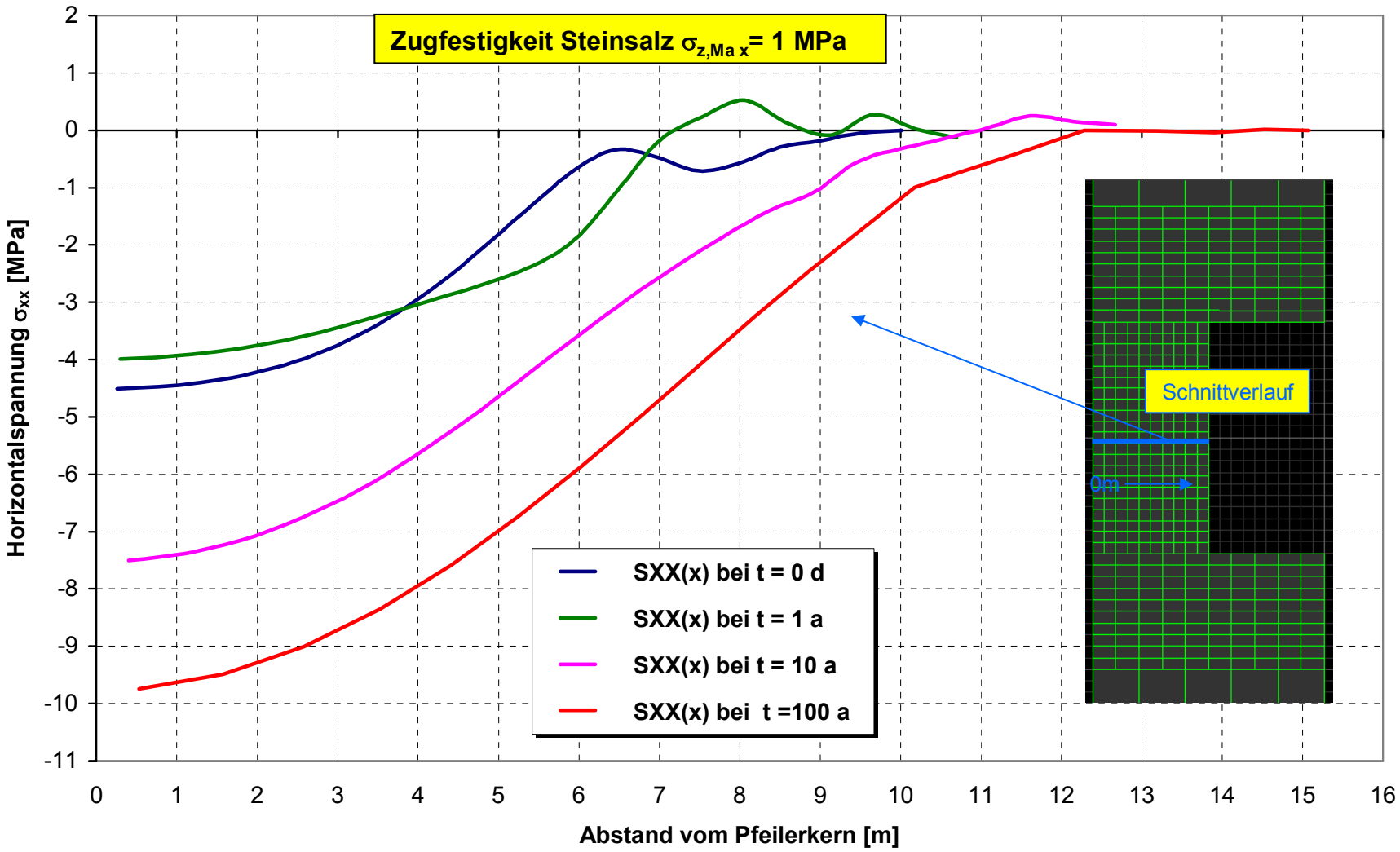

Standzeit t=10a

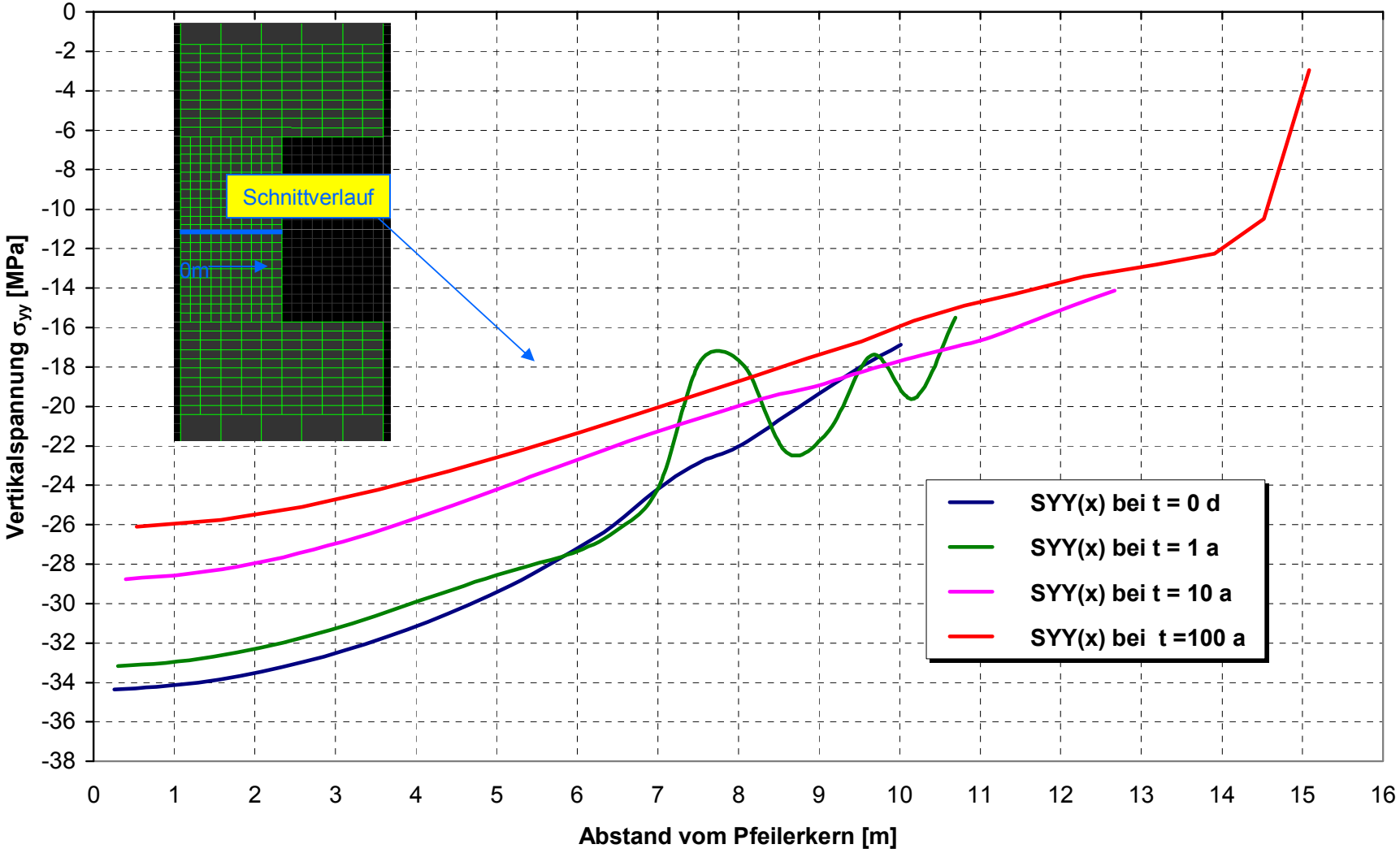

Standzeit t=100a

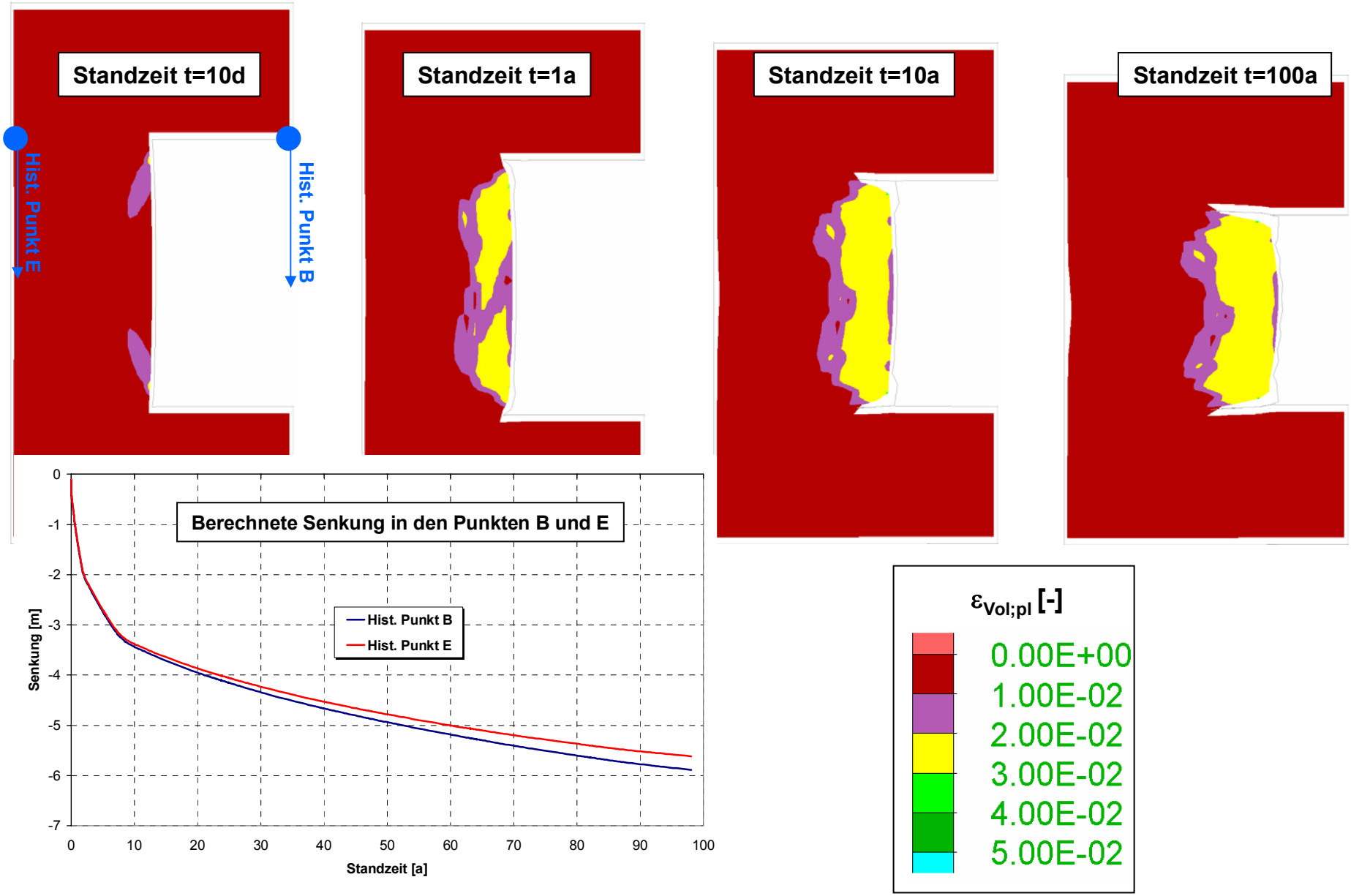

σeff [MPa]
0.00E+00
6.00E+00
1.20E+01
1.80E+01
2.40E+01
3.00E+01

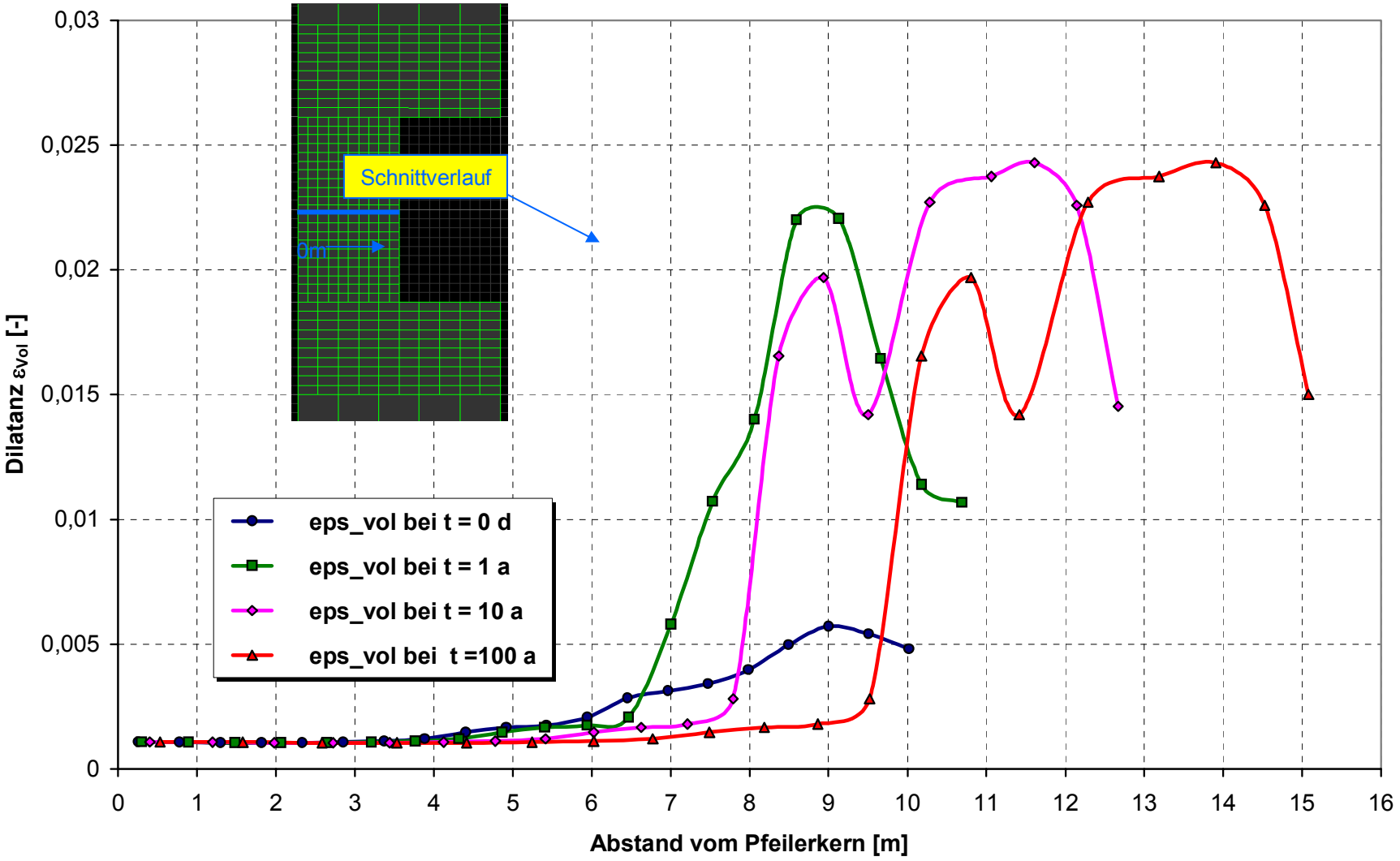

Berechnete Pfeilerstauchung
Pfeilerstauchung [%]
Standzeit [a]
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

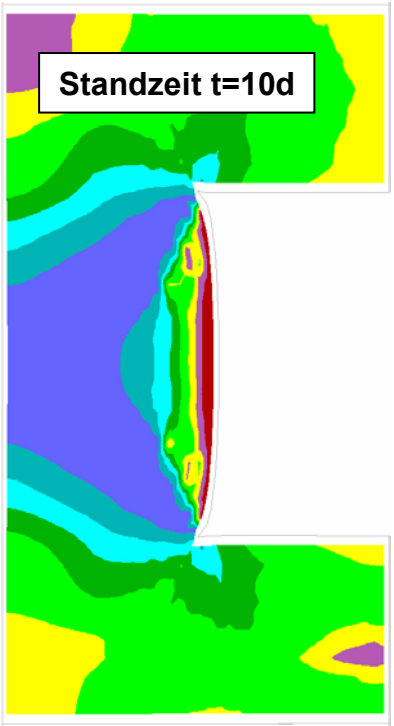

Standzeit t=10d
Standzeit t=1a
Standzeit t=10a
Standzeit t=100a
Hist. Punkt C
σ3 [MPa]
-2.00E+01
-1.75E+01
-1.50E+01
-1.25E+01
-1.00E+01
-7.50E+00
-5.00E+00
-2.50E+00
0.00E+00
Horizontalverschiebung [m]
Standzeit [a]
Berechnete Horizontalverschiebung im Punkt C
0
1
2
3
4
5
6
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

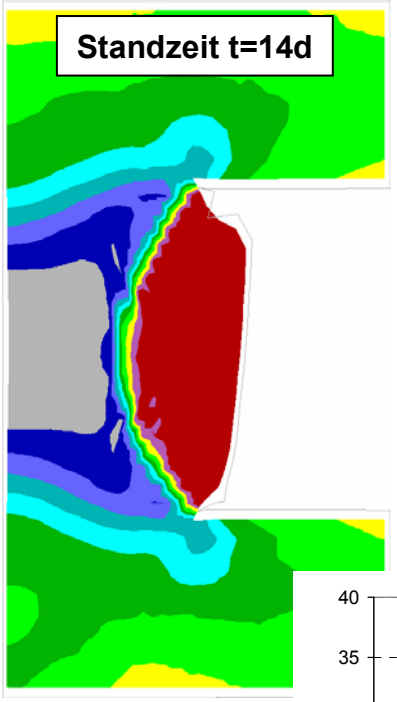

Zugfestigkeit Steinsalz σz,Max= 1 MPa
Horizontalspannung σxx [MPa]
Abstand vom Pfeilerkern [m]
SXX(x) bei t = 0 d
SXX(x) bei t = 1 a
SXX(x) bei t = 10 a
SXX(x) bei t =100 a
Schnittverlauf
0m

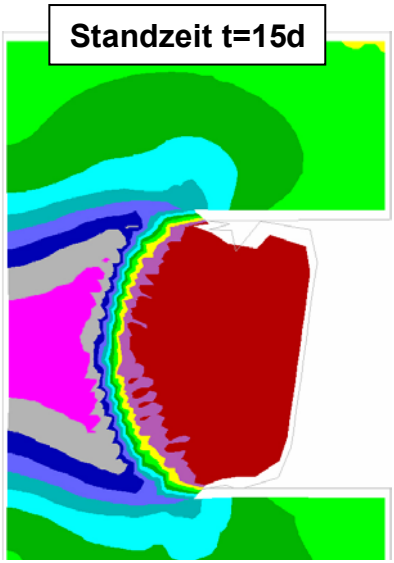

Schnittverlauf
0m
Vertikalspannung σyy [MPa]
Abstand vom Pfeilerkern [m]
SYY(x) bei t = 0 d
SYY(x) bei t = 1 a
SYY(x) bei t = 10 a
SYY(x) bei t =100 a

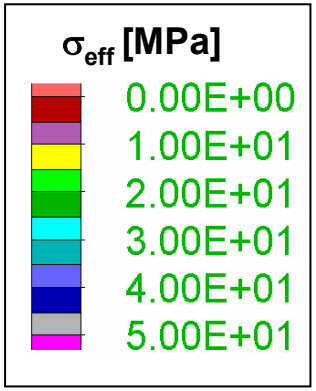

Standzeit t=10d
Standzeit t=1a
Standzeit t=10a
Standzeit t=100a
Hist. Punkt E
Hist. Punkt B
Berechnete Senkung in den Punkten B und E
Hist. Punkt B
Hist. Punkt E
Senkung [m]
Standzeit [a]
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
εVol;pl [-]
0.00E+00
1.00E-02
2.00E-02
3.00E-02
4.00E-02
5.00E-02

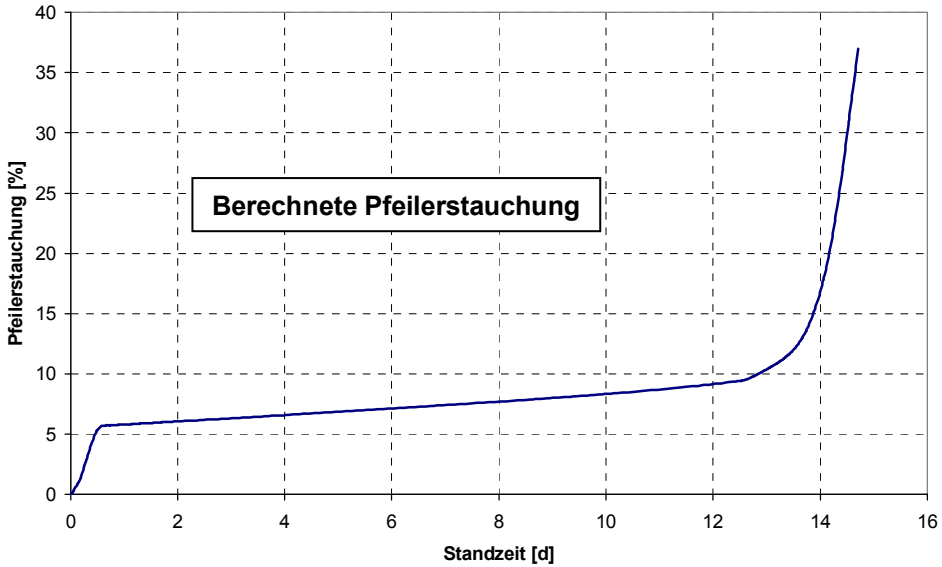

Schnittverlauf
0m
Dilatanz εVol [-]
0,03
0,025
0,02
0,015
0,01
0,005
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
Abstand vom Pfeilerkern [m]
eps_vol bei t = 0 d
eps_vol bei t = 1 a
eps_vol bei t = 10 a
eps_vol bei t =100 a

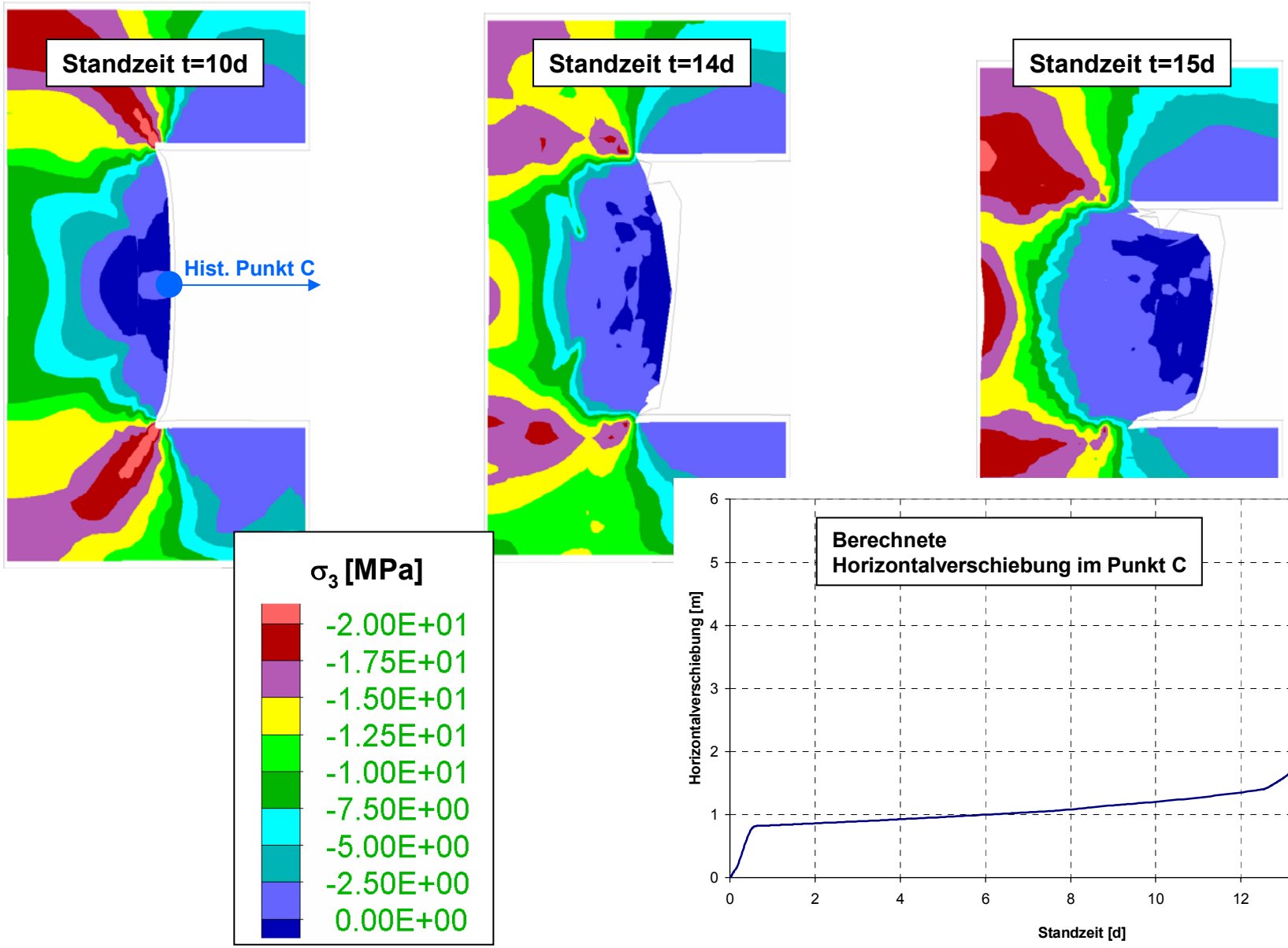

Standzeit t=10d


Standzeit t=14d


Standzeit t=15d

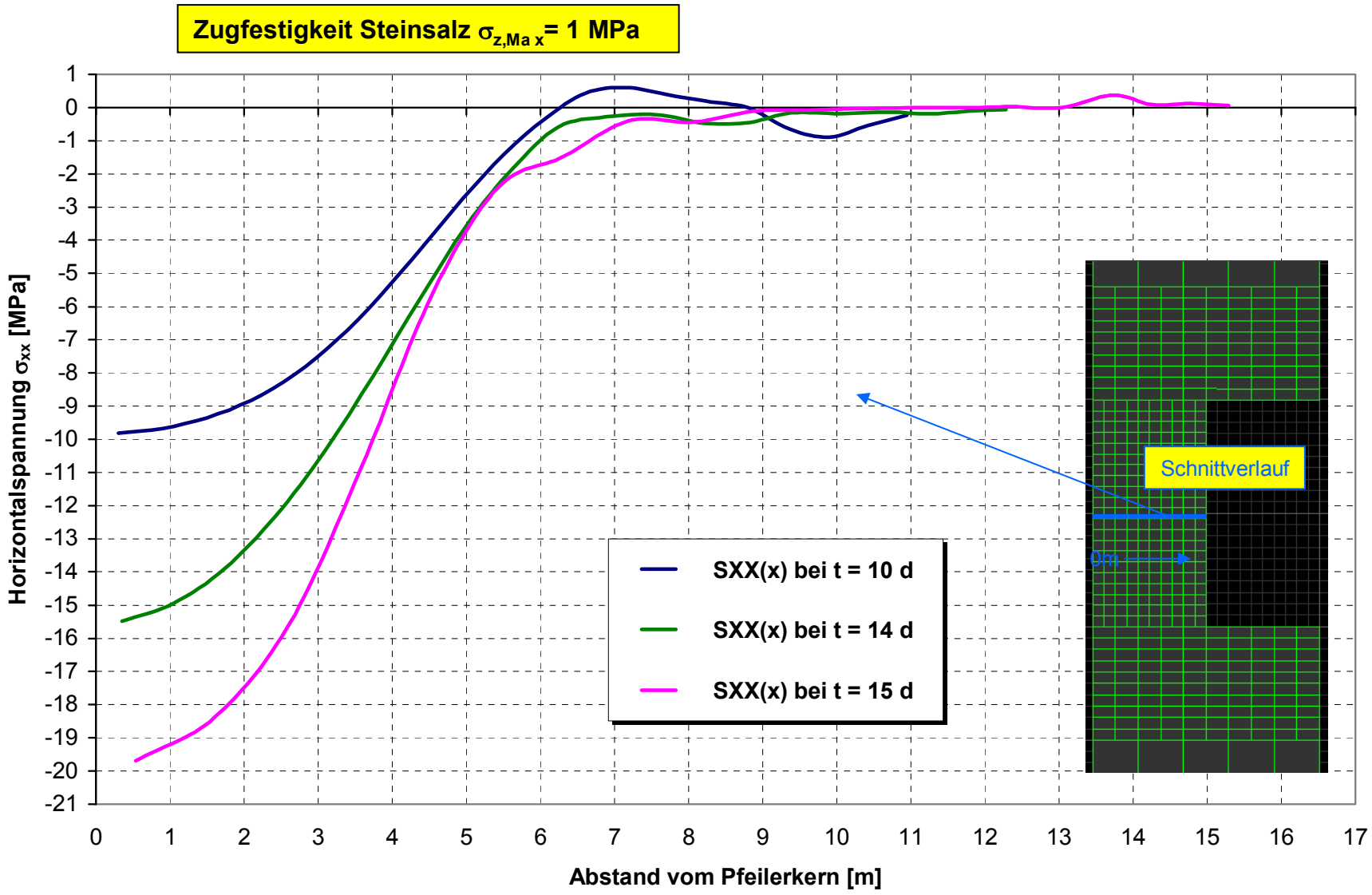

σeff [MPa]
0.00E+00
1.00E+01
2.00E+01
3.00E+01
4.00E+01
5.00E+01

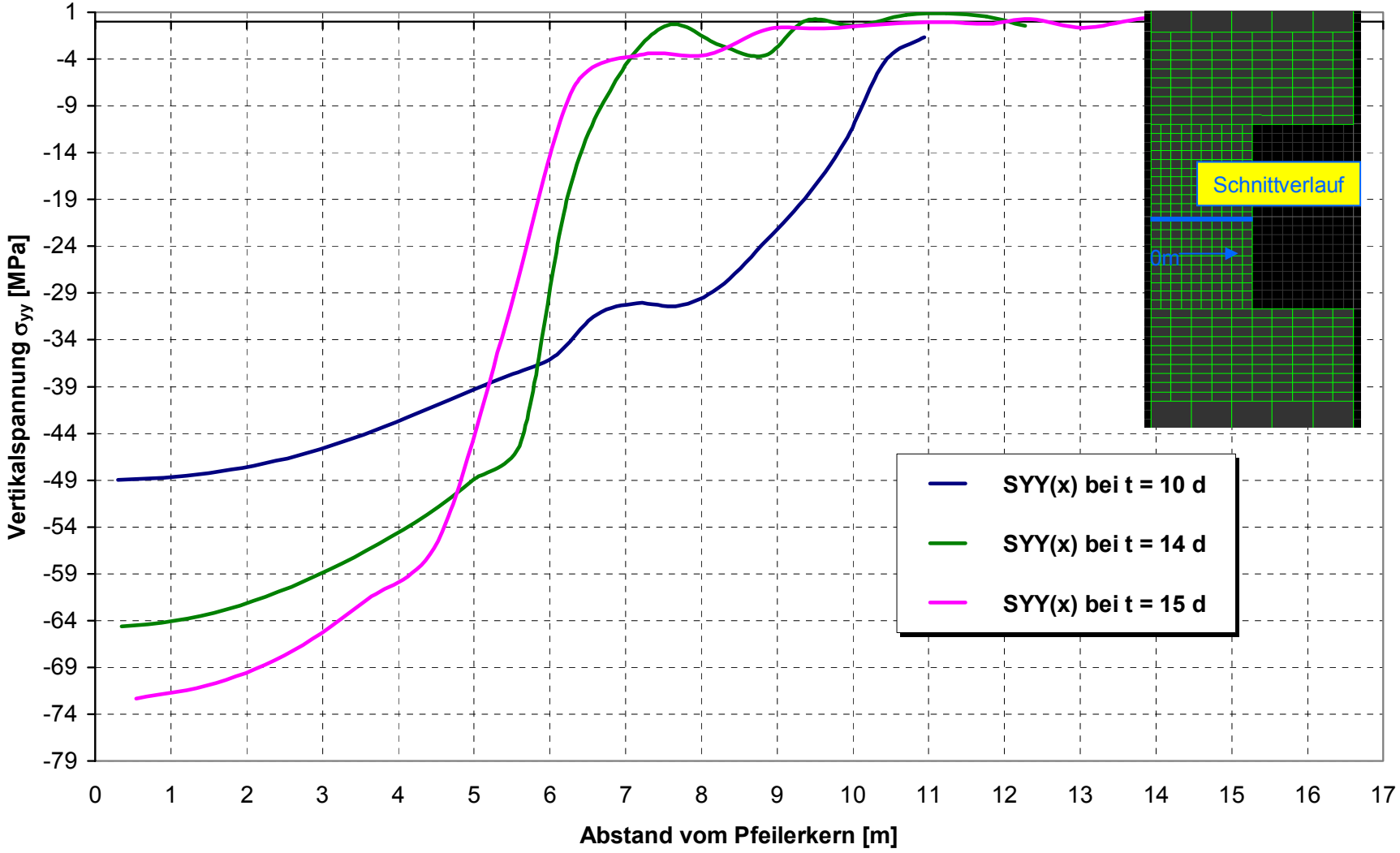

Berechnete Pfeilerstauchung
Pfeilerstauchung [%]
Standzeit [d]
0
5
10
15
20
25
30
35
40
0
2
4
6
8
10
12
14
16

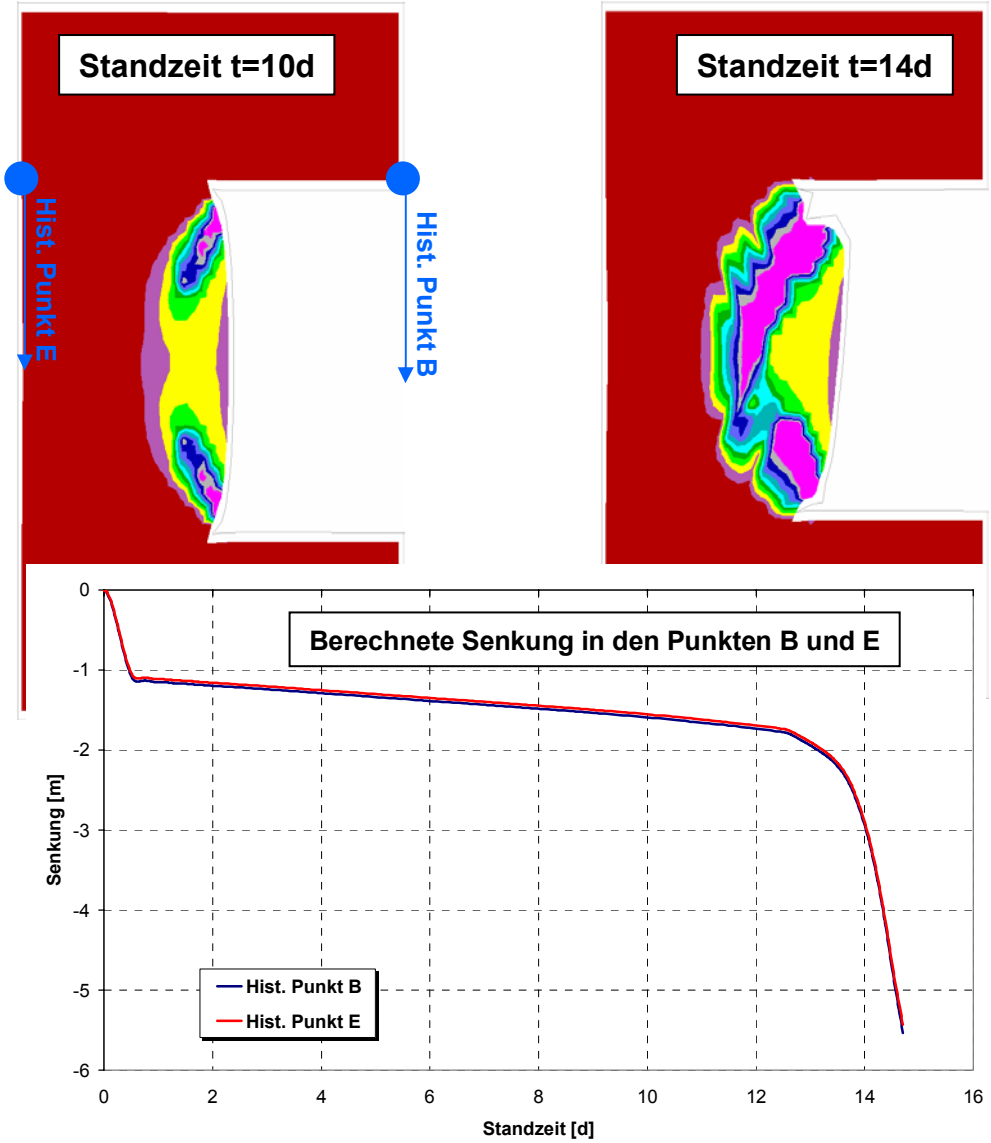


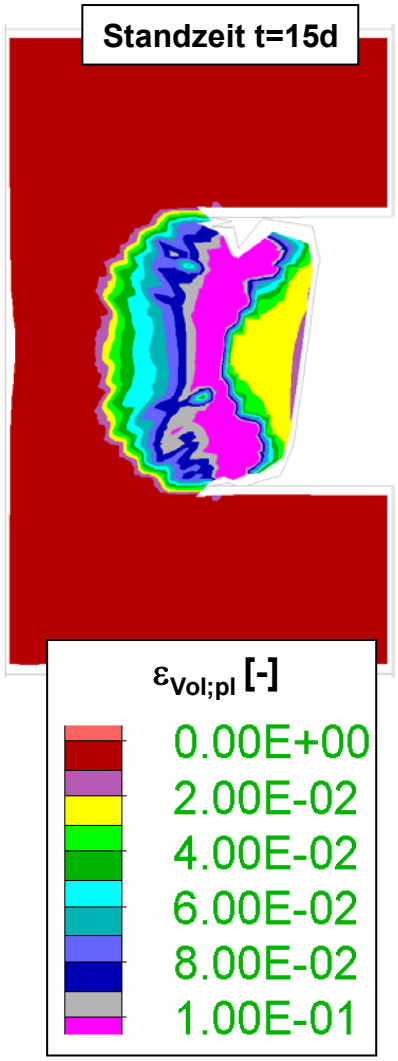
Kammer-Pfeiler-Situation – Pfeilerauflast p=17MPa

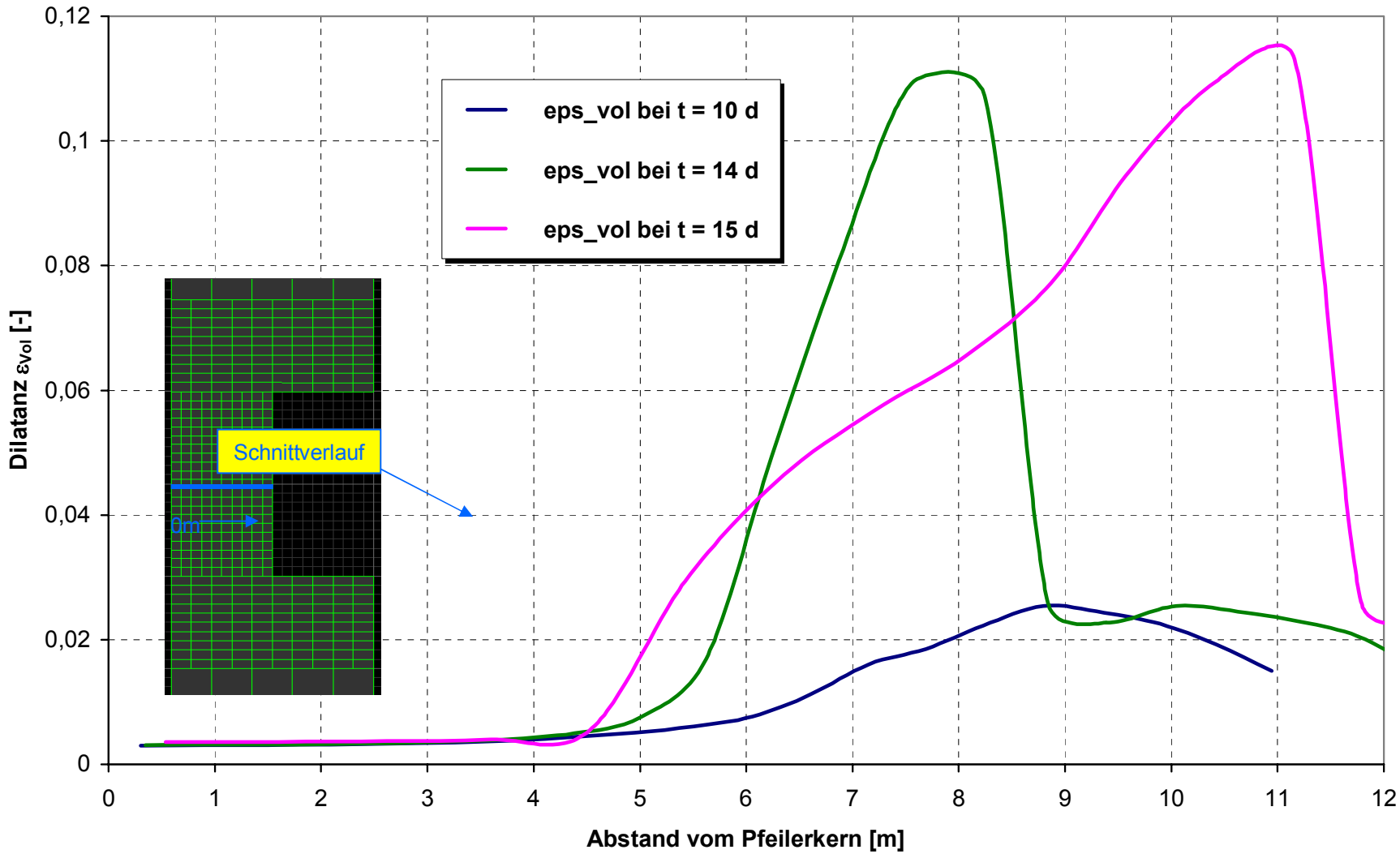
Minimale Hauptspannung σ_3 im Pfeiler


Zugfestigkeit Steinsalz $\sigma_{z,Max}$= 1 MPa
Horizontalspannung σ_{xx} [MPa]
Abstand vom Pfeilerkern [m]
SXX(x) bei t = 10 d
SXX(x) bei t = 14 d
SXX(x) bei t = 15 d
Schnittverlauf
0m


Vertikalspannung σyy [MPa]
1
-4
-9
-14
-19
-24
-29
-34
-39
-44
-49
-54
-59
-64
-69
-74
-79
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
Abstand vom Pfeilerkern [m]
SYY(x) bei t = 10 d
SYY(x) bei t = 14 d
SYY(x) bei t = 15 d
Schnittverlauf
0m

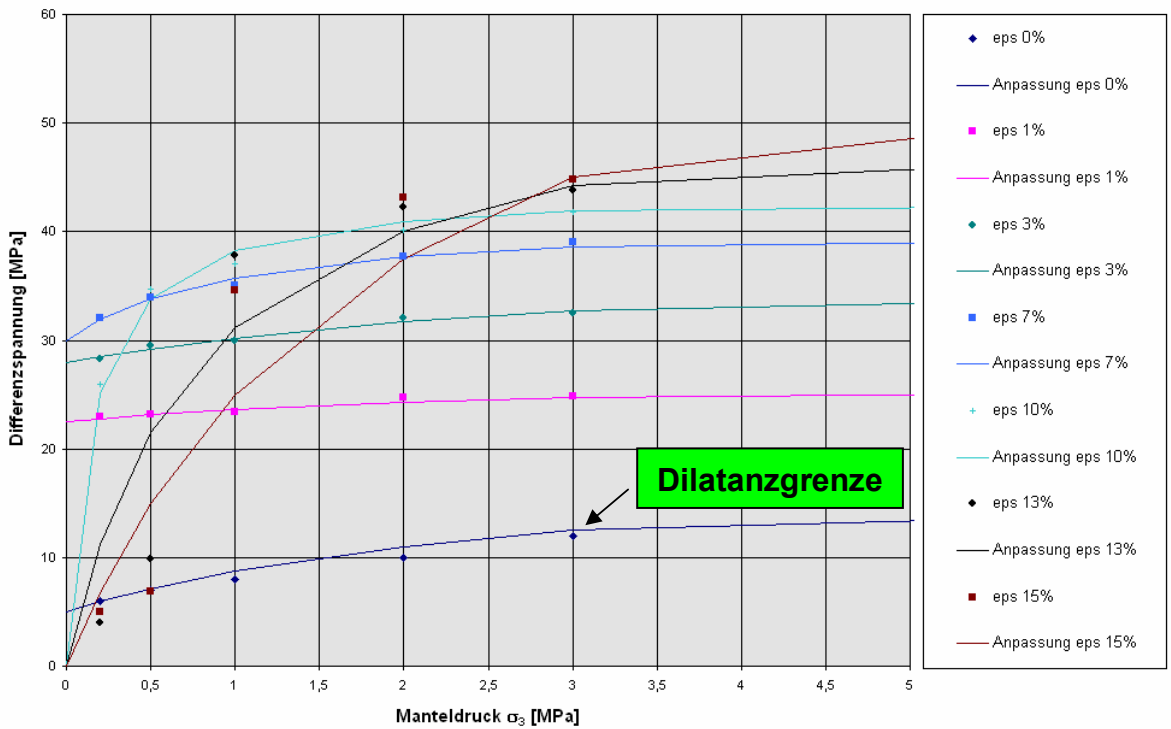

Standzeit t=10d
Hist. Punkt E
Hist. Punkt B
Standzeit t=14d
Berechnete Senkung in den Punkten B und E
Senkung [m]
Standzeit [d]
Hist. Punkt B
Hist. Punkt E
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
0
2
4
6
8
10
12
14
16


Standzeit t=15d
εVol;pl [-]
0.00E+00
2.00E-02
4.00E-02
6.00E-02
8.00E-02
1.00E-01


0,12
0,1
0,08
0,06
0,04
0,02
0
Dilatanz εVol [-]
eps_vol bei t = 10 d
eps_vol bei t = 14 d
eps_vol bei t = 15 d
Schnittverlauf
0m
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Abstand vom Pfeilerkern [m]

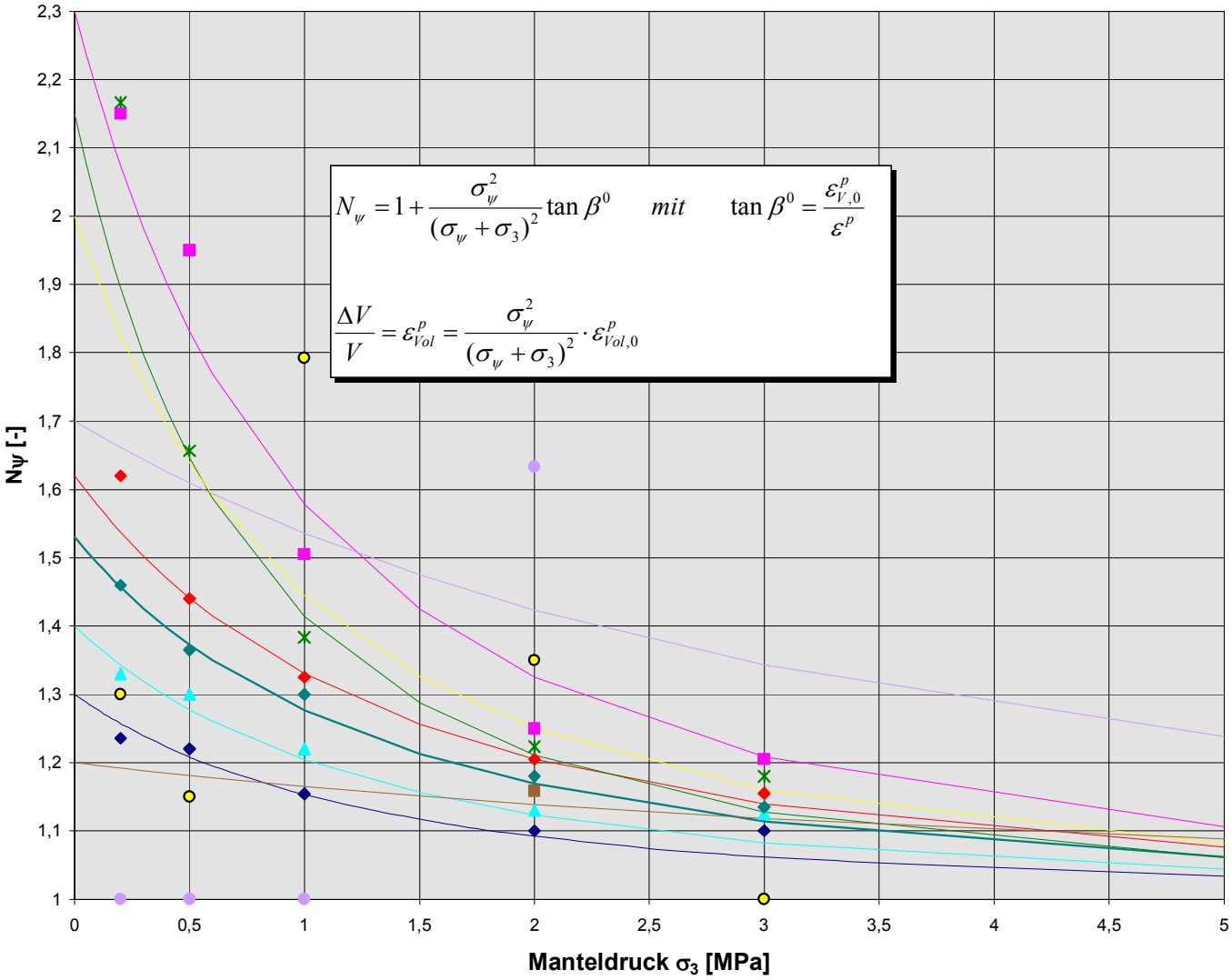
Festigkeitshüllkurven für verschiedene plastische Deformationen abgeleitet aus den Laborversuchen

$$\sigma_{eff}^{B}(\sigma_3) = \sigma_D + \sigma_3 \cdot \frac{\sigma_{Max} - \sigma_D}{\sigma_\Phi + \sigma_3}$$



Parametertabelle für die Festigkeitshüllkurven

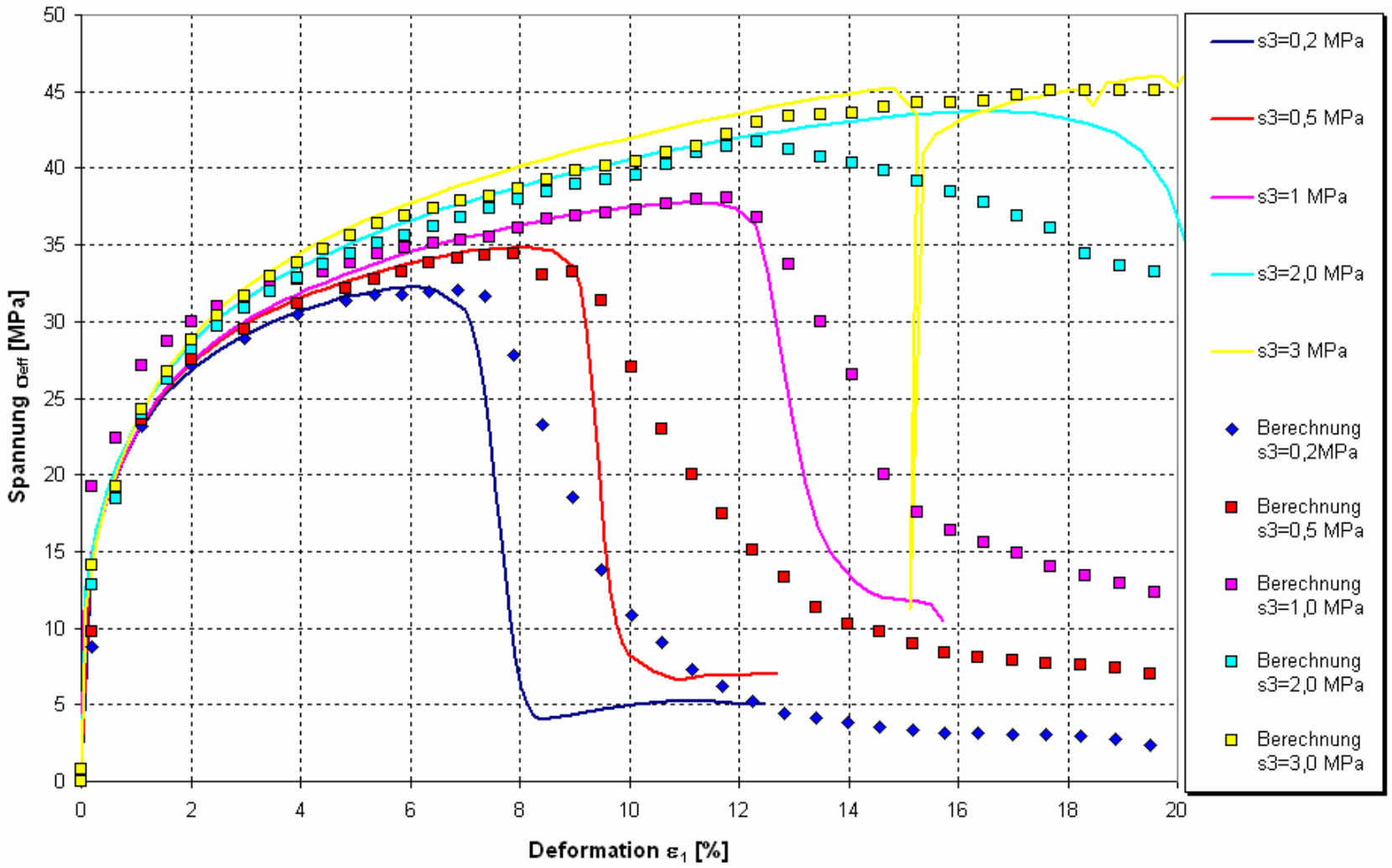
$\varepsilon_{p,k}$	σ_D	σ_{Max}	σ_Φ
0	5	20	3
1	22,5	27	3
2	26,5	34	4
3	28	39	4
4	29,5	42	4
5	30,2	47	5
6	30,5	42,5	2
7	30	41,5	1
8	29,5	43	0,9
9	28	43,5	0,7
9,5	20,5	44,5	0,4
10	0	44	0,15
11	0	47	0,25
12	0	50	0,45
13	0	56	0,8
14	0	62	1,2
15	0	75	2
16	0	90	3
17	0	135	6
18	0	165	8
19	0	270	15
20	0	570	35
21	0	1090	70
22	0	350	23
23	0	120	8
24	0	95	8
25	0	70	6
26	0	60	6

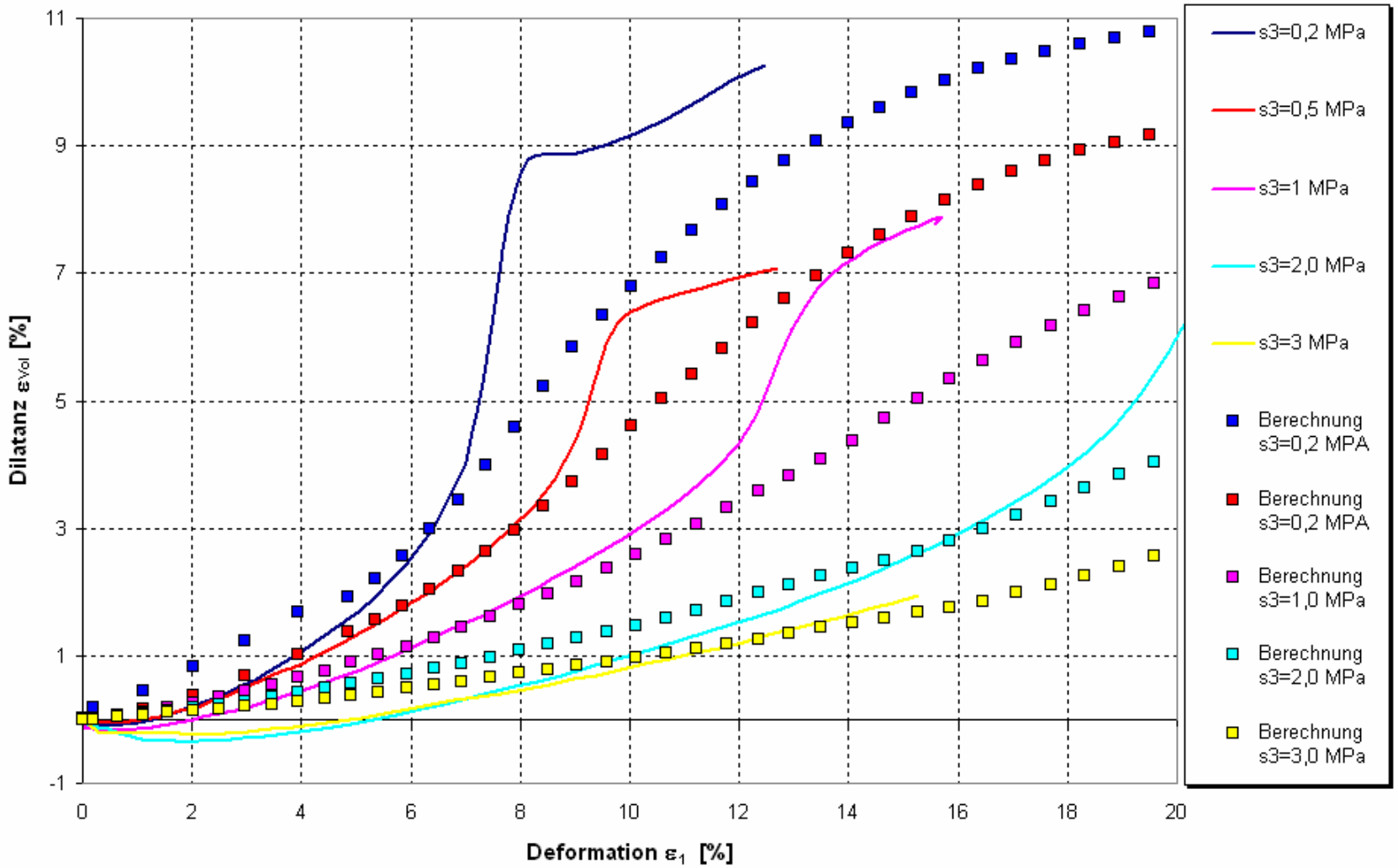


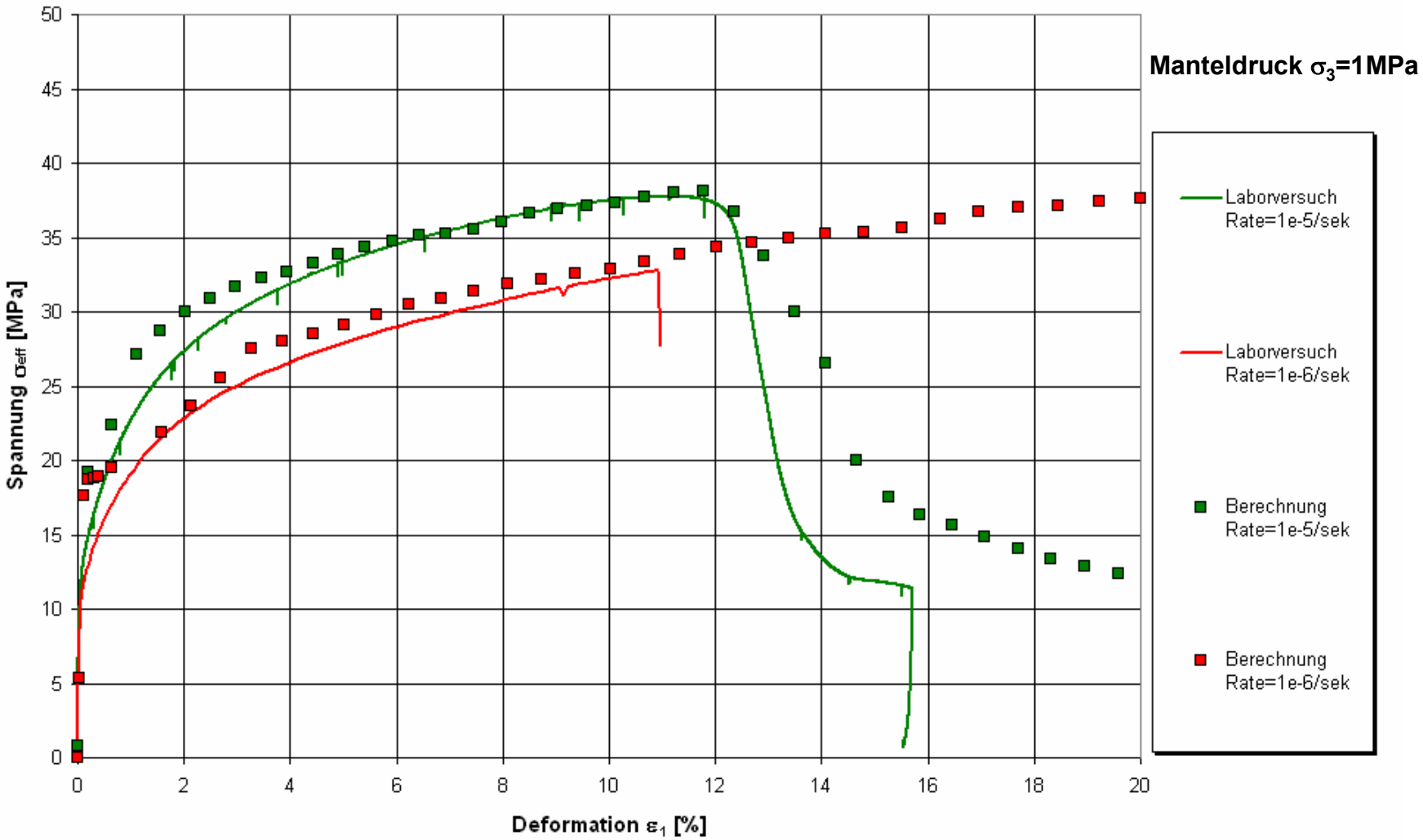
Parametertabelle für die Dilatanzfunktion

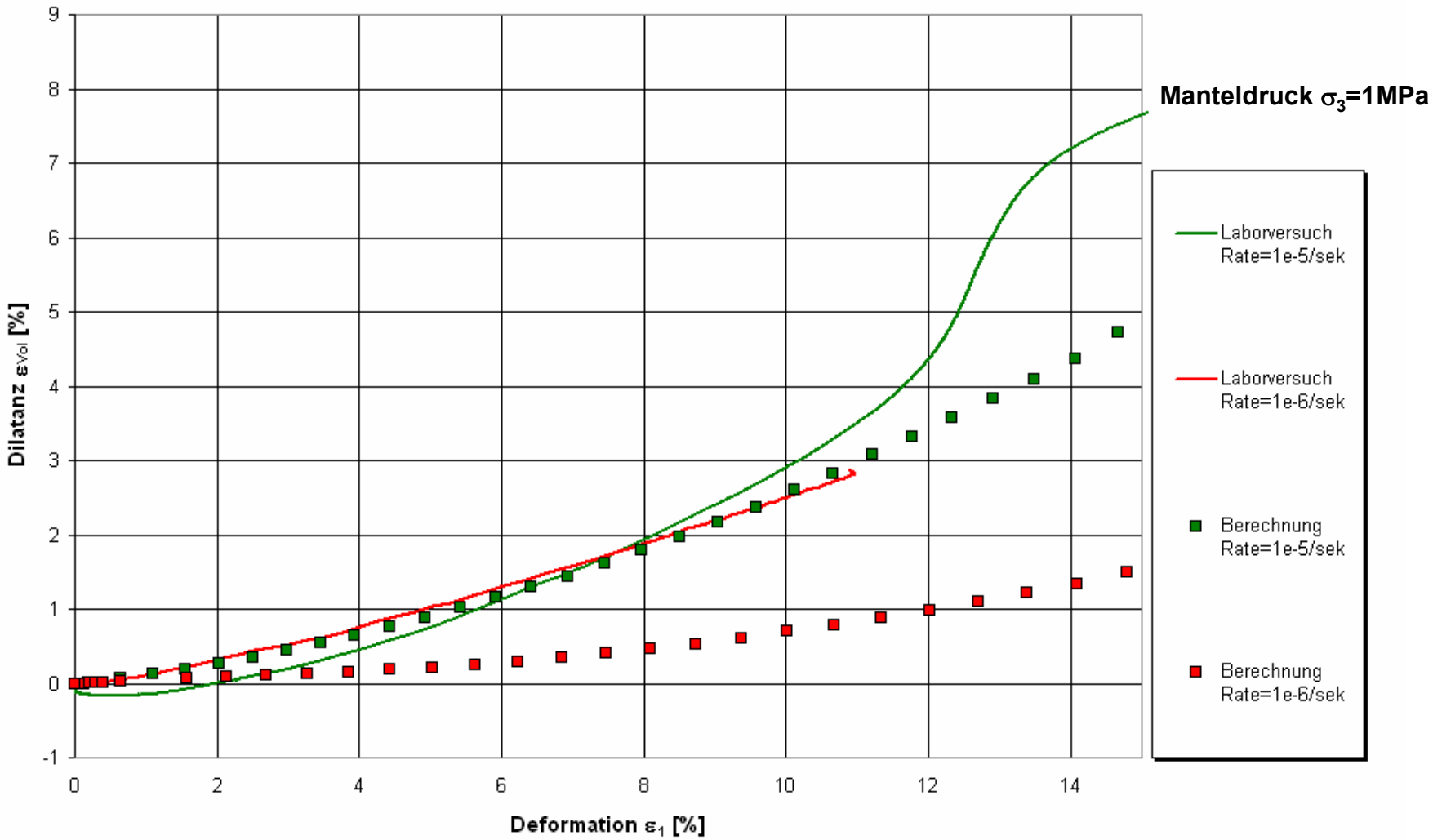
ε_{ps} [%]	$\tan\beta^0$	σ_ψ
0	0,15	7
1,5	0,3	2,5
2	0,4	2,5
4	0,53	2,6
6	0,62	2,7
8	1,15	1,5
11	1,3	2
13	1	2
17	0,7	7
23	0,2	10
35	0,001	10

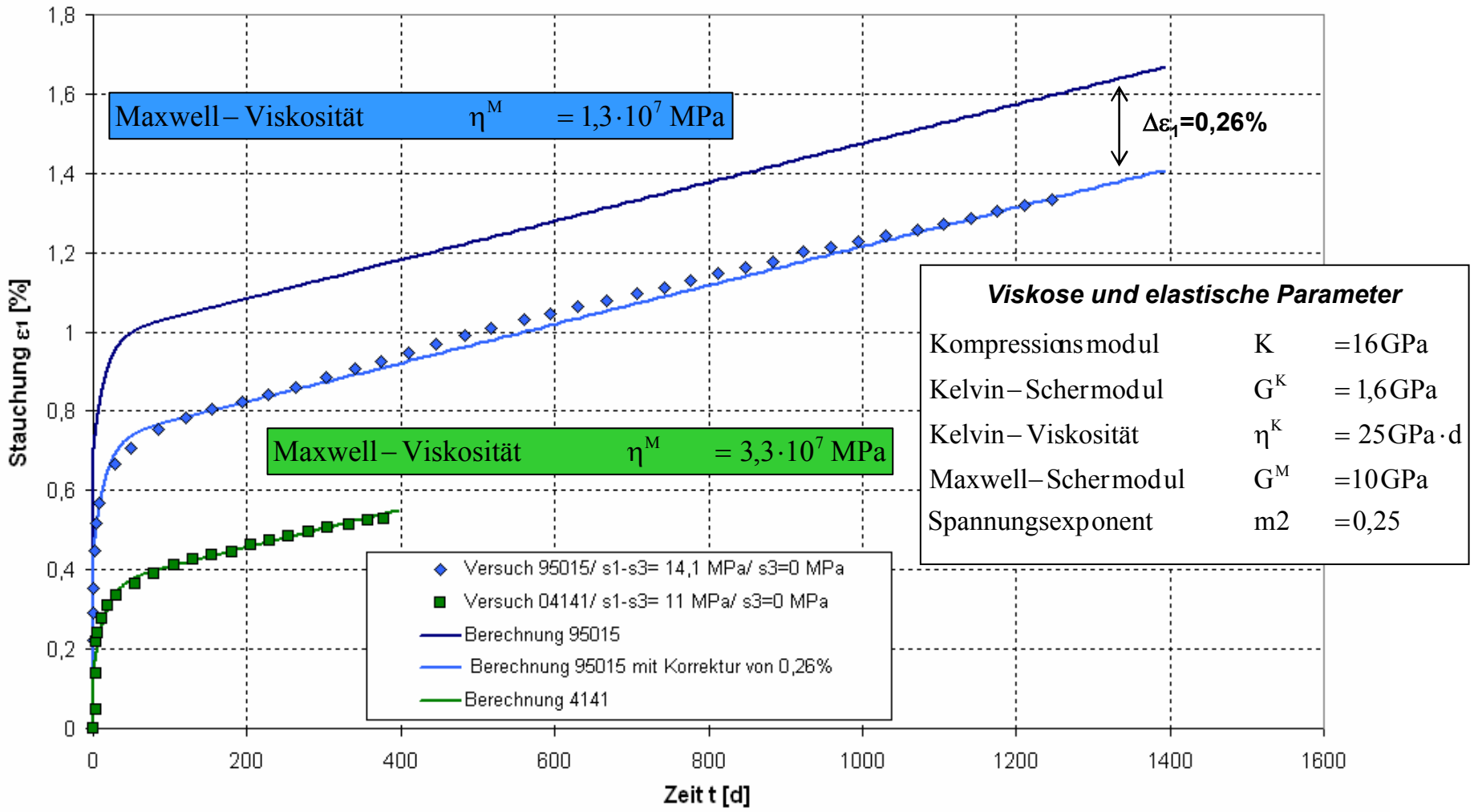
- eps=1,5%
- Anpassung eps=1,5%
- eps=2,0%
- Anpassung eps=2,0%
- eps=4,0%
- Anpassung eps=4,0%
- eps=6,0%
- Anpassung eps=6,0%
- eps=8,0%
- Anpassung eps=8,0%
- eps=11,0%
- Anpassung eps=11,0%
- eps=13,0%
- Anpassung eps=13%
- eps=17,0%
- Anpassung eps=17%
- eps=23,0%
- Anpassung eps=23%

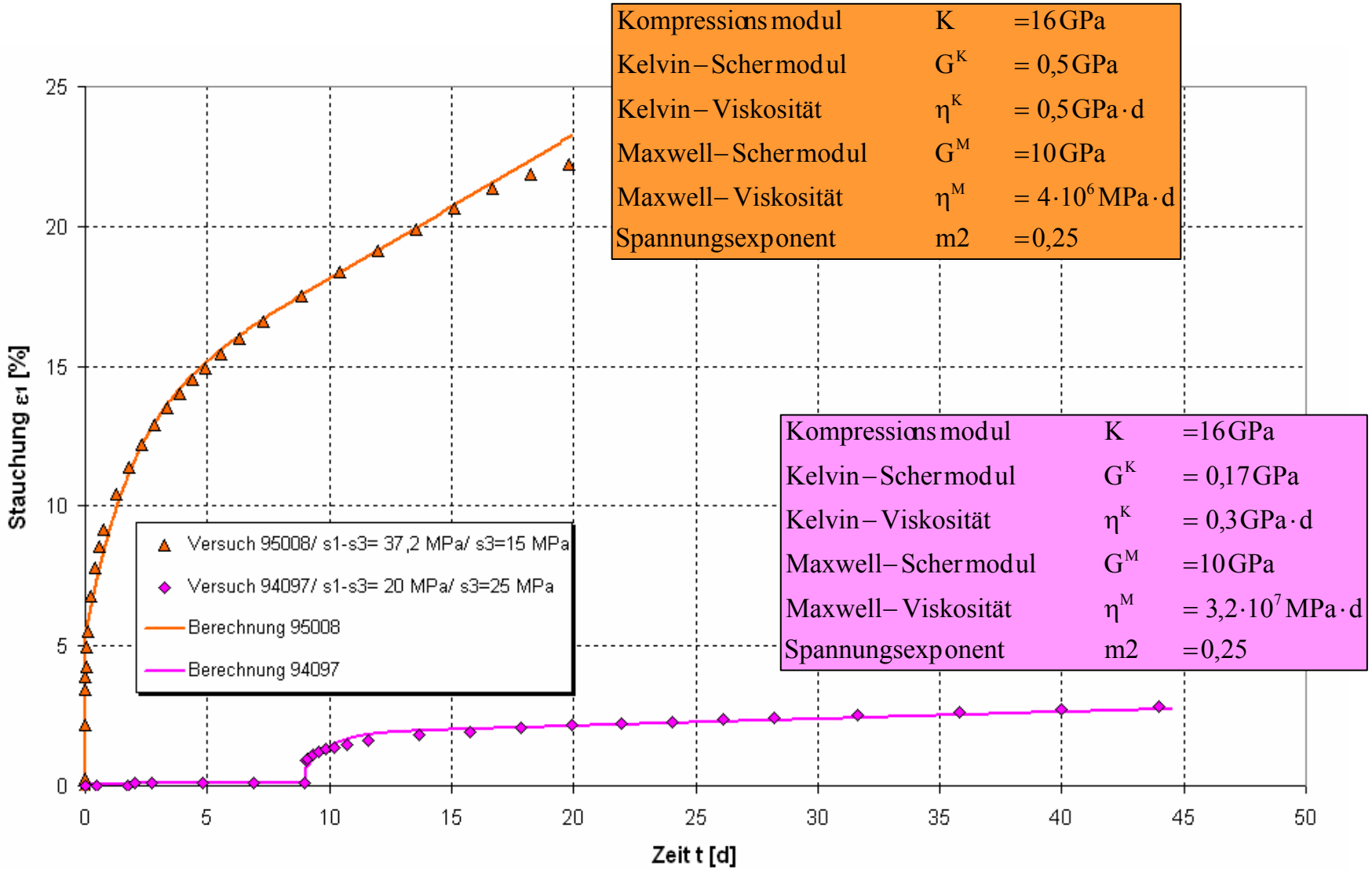

Spannung σeff [MPa]
Deformation ε1 [%]
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
s3=0,2 MPa
s3=0,5 MPa
s3=1 MPa
s3=2,0 MPa
s3=3 MPa
Berechnung s3=0,2MPa
Berechnung s3=0,5 MPa
Berechnung s3=1,0 MPa
Berechnung s3=2,0 MPa
Berechnung s3=3,0 MPa

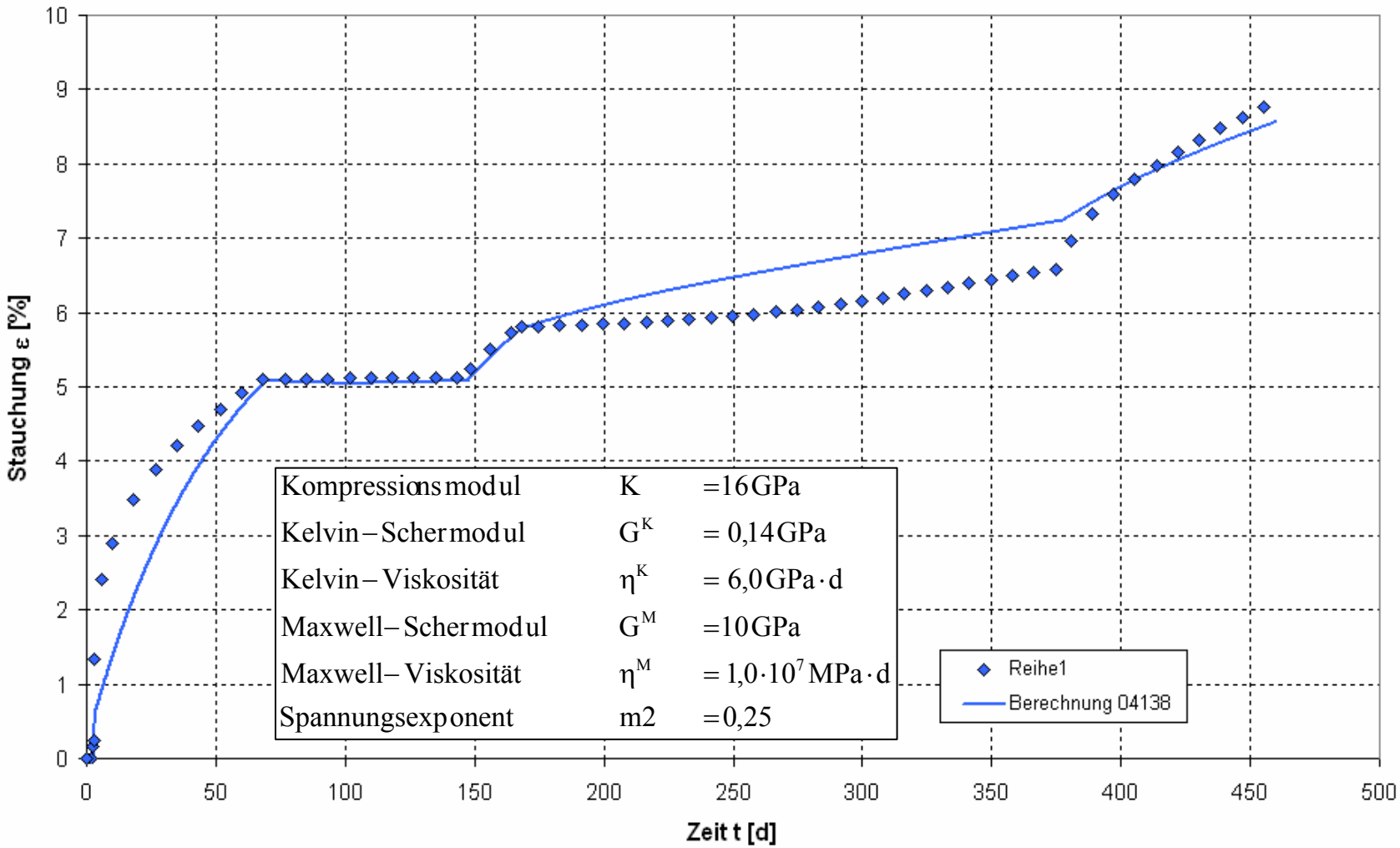

11
9
7
5
3
1
-1
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
Dilatanz εVol [%]
Deformation ε1 [%]
s3=0,2 MPa
s3=0,5 MPa
s3=1 MPa
s3=2,0 MPa
s3=3 MPa
Berechnung s3=0,2 MPA
Berechnung s3=0,2 MPA
Berechnung s3=1,0 MPa
Berechnung s3=2,0 MPa
Berechnung s3=3,0 MPa

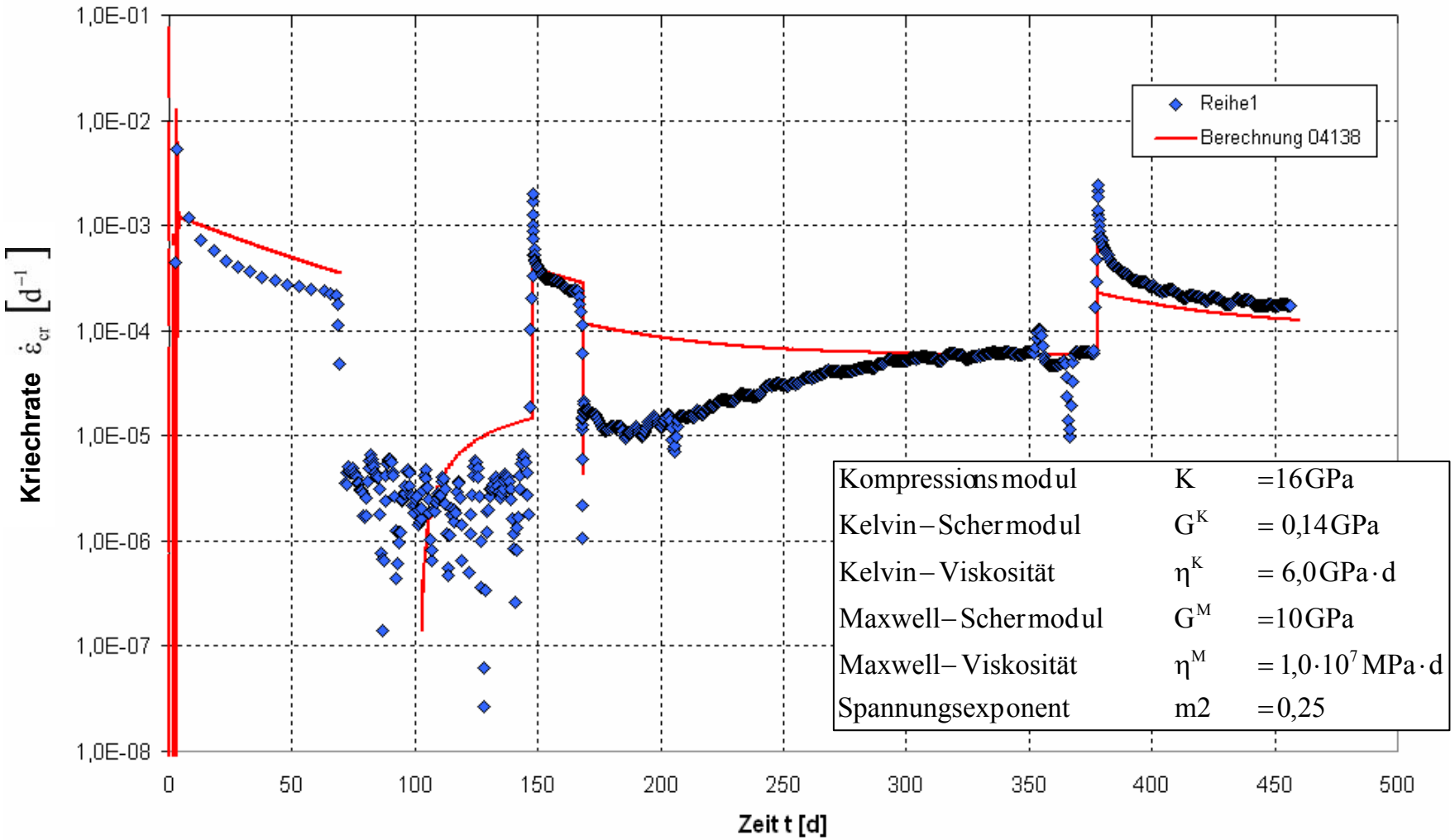

Manteldruck σ3=1MPa
Spannung σeff [MPa]
Deformation ε1 [%]
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
Laborversuch Rate=1e-5/sek
Laborversuch Rate=1e-6/sek
Berechnung Rate=1e-5/sek
Berechnung Rate=1e-6/sek

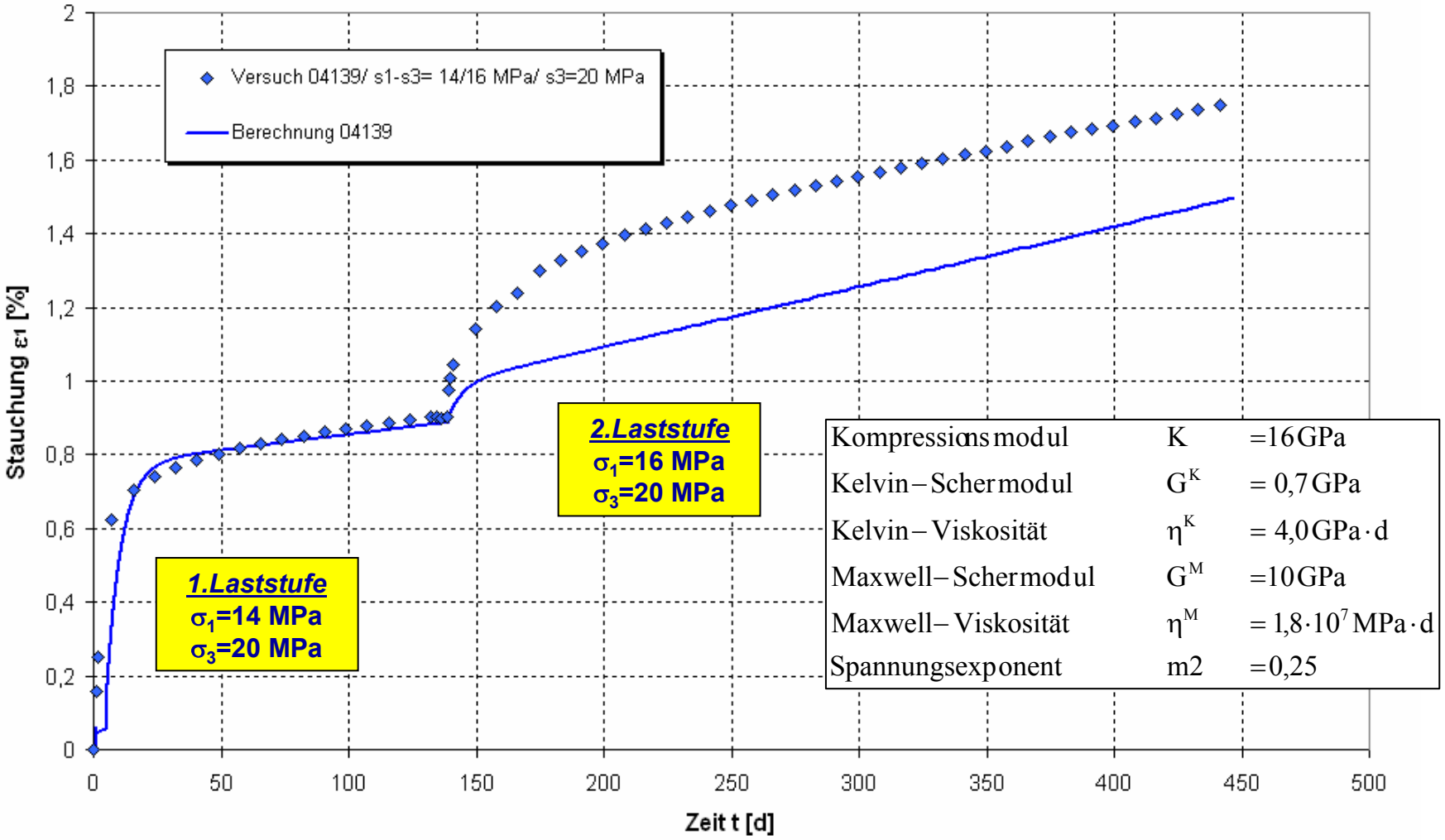

Manteldruck σ3=1MPa
Dilatanz εVol [%]
Deformation ε1 [%]
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
0
2
4
6
8
10
12
14
Laborversuch Rate=1e-5/sek
Laborversuch Rate=1e-6/sek
Berechnung Rate=1e-5/sek
Berechnung Rate=1e-6/sek


Maxwell – Viskosität $\eta^M = 1{,}3 \cdot 10^7$ MPa
Maxwell – Viskosität $\eta^M = 3{,}3 \cdot 10^7$ MPa
$\Delta\varepsilon_1$=0,26%
Stauchung ε1 [%]
Zeit t [d]
Versuch 95015/ s1-s3= 14,1 MPa/ s3=0 MPa
Versuch 04141/ s1-s3= 11 MPa/ s3=0 MPa
Berechnung 95015
Berechnung 95015 mit Korrektur von 0,26%
Berechnung 4141
Viskose und elastische Parameter
Kompressionsmodul K =16 GPa
Kelvin – Schermodul G^K = 1,6 GPa
Kelvin – Viskosität η^K = 25 GPa·d
Maxwell – Schermodul G^M =10 GPa
Spannungsexponent m2 =0,25

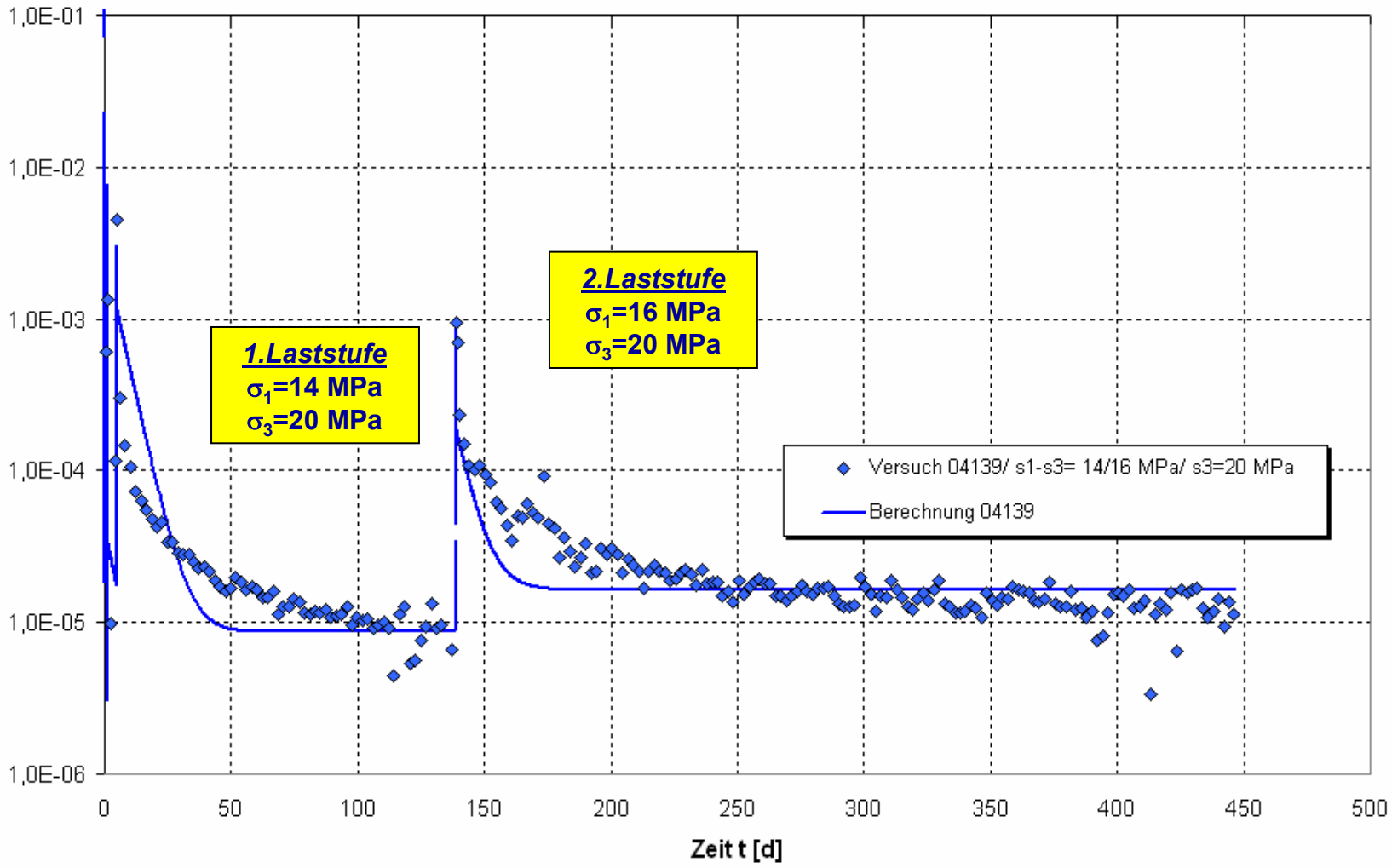

Kompressionsmodul K =16 GPa
Kelvin – Schermodul G^K = 0,5 GPa
Kelvin – Viskosität η^K = 0,5 GPa·d
Maxwell – Schermodul G^M =10 GPa
Maxwell – Viskosität η^M = $4 \cdot 10^6$ MPa·d
Spannungsexponent m2 =0,25
Kompressionsmodul K =16 GPa
Kelvin – Schermodul G^K = 0,17 GPa
Kelvin – Viskosität η^K = 0,3 GPa·d
Maxwell – Schermodul G^M =10 GPa
Maxwell – Viskosität η^M = $3,2 \cdot 10^7$ MPa·d
Spannungsexponent m2 =0,25
Versuch 95008/ s1-s3= 37,2 MPa/ s3=15 MPa
Versuch 94097/ s1-s3= 20 MPa/ s3=25 MPa
Berechnung 95008
Berechnung 94097
Stauchung ε1 [%]
Zeit t [d]
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50

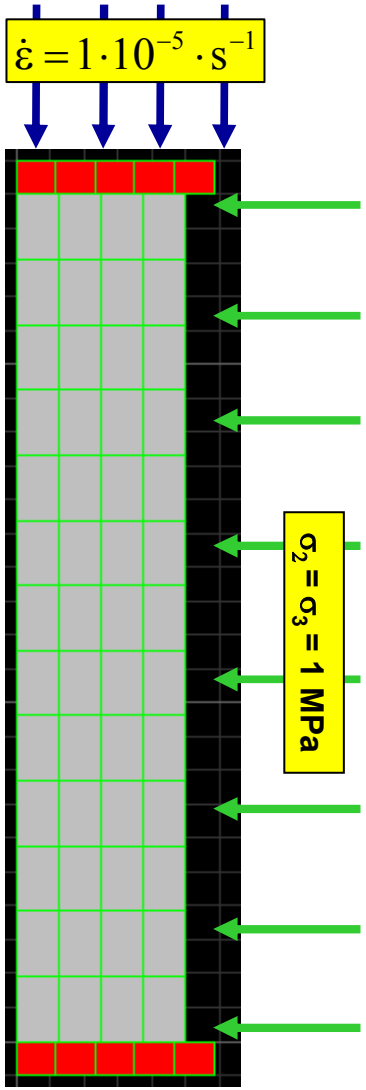

Stauchung ε [%]
Zeit t [d]
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
Kompressionsmodul K = 16 GPa
Kelvin–Schermodul G^K = 0,14 GPa
Kelvin–Viskosität η^K = 6,0 GPa·d
Maxwell–Schermodul G^M = 10 GPa
Maxwell–Viskosität η^M = $1{,}0 \cdot 10^7$ MPa·d
Spannungsexponent m2 = 0,25
Reihe1
Berechnung 04138

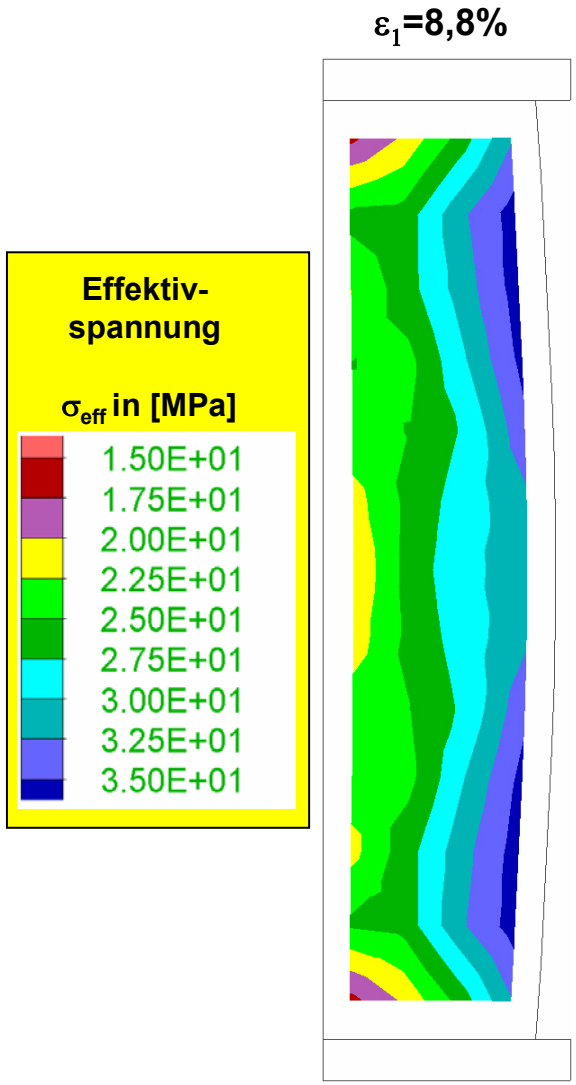

1,0E-01
1,0E-02
1,0E-03
1,0E-04
1,0E-05
1,0E-06
1,0E-07
1,0E-08
Kriechrate $\dot{\varepsilon}_{cr}$ [d^{-1}]
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
Zeit t [d]
Reihe1
Berechnung 04138
Kompressionsmodul K =16 GPa
Kelvin–Schermodul G^K = 0,14 GPa
Kelvin–Viskosität η^K = 6,0 GPa·d
Maxwell–Schermodul G^M =10 GPa
Maxwell–Viskosität η^M = $1{,}0 \cdot 10^7$ MPa·d
Spannungsexponent m2 =0,25

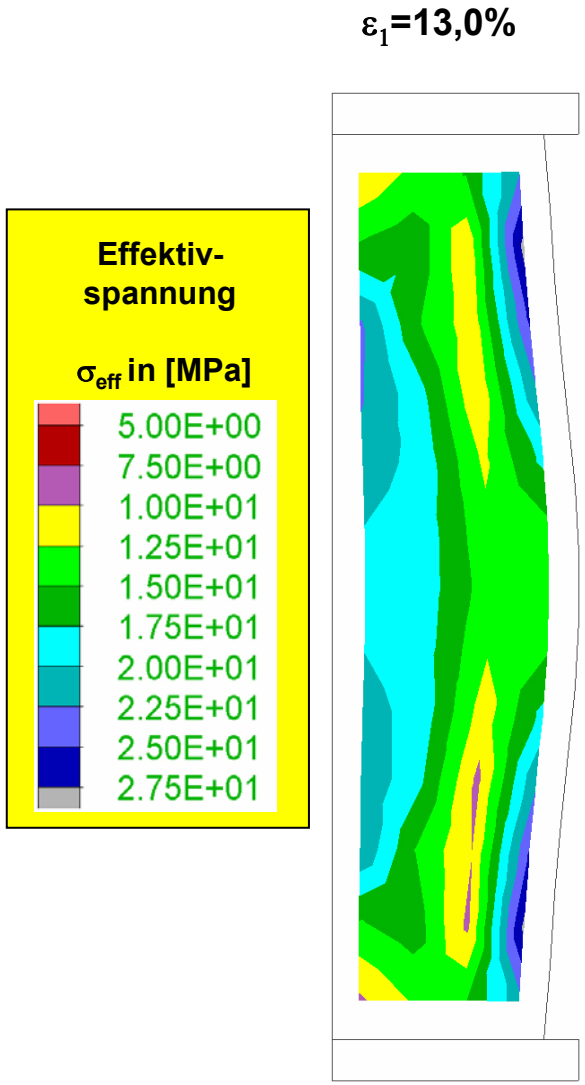


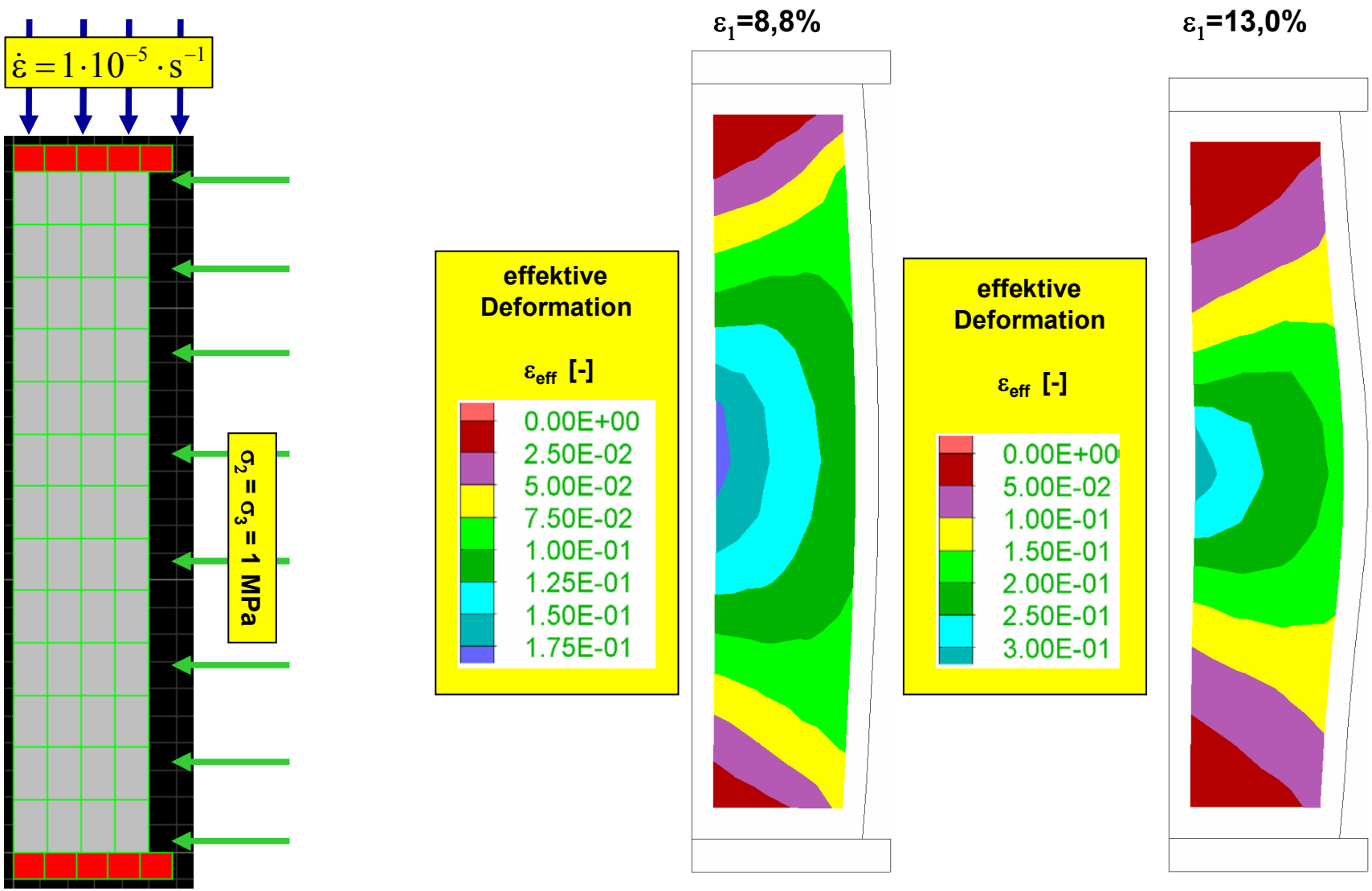
Kompressionsmodul	K	=16 GPa
Kelvin–Schermodul	G^K	= 0,7 GPa
Kelvin–Viskosität	η^K	= 4,0 GPa·d
Maxwell–Schermodul	G^M	=10 GPa
Maxwell–Viskosität	η^M	= $1{,}8 \cdot 10^7$ MPa·d
Spannungsexponent	m2	=0,25

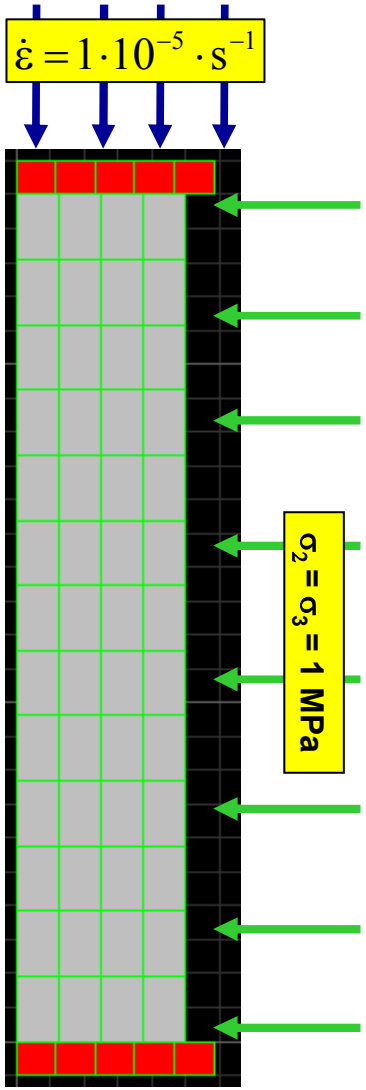

1,0E-01
1,0E-02
1,0E-03
1,0E-04
1,0E-05
1,0E-06
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
Zeit t [d]
1.Laststufe
σ1=14 MPa
σ3=20 MPa
2.Laststufe
σ1=16 MPa
σ3=20 MPa
Versuch 04139/ s1-s3= 14/16 MPa/ s3=20 MPa
Berechnung 04139

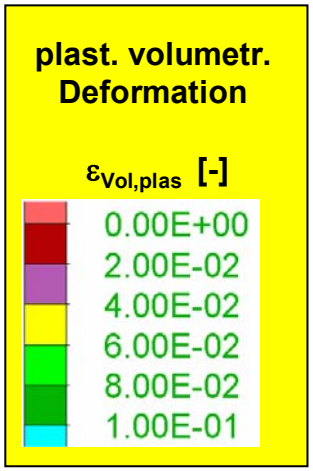

$\dot{\varepsilon} = 1 \cdot 10^{-5} \cdot s^{-1}$
$\sigma_2 = \sigma_3 = 1$ MPa


ε_1=8,8%
Effektiv-spannung
σ_{eff} in [MPa]
1.50E+01
1.75E+01
2.00E+01
2.25E+01
2.50E+01
2.75E+01
3.00E+01
3.25E+01
3.50E+01

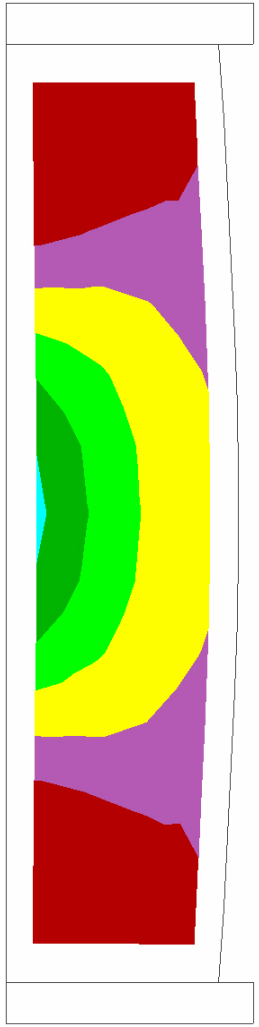

ε_1=13,0%
Effektiv-spannung
σ_{eff} in [MPa]
5.00E+00
7.50E+00
1.00E+01
1.25E+01
1.50E+01
1.75E+01
2.00E+01
2.25E+01
2.50E+01
2.75E+01


$\dot{\varepsilon} = 1 \cdot 10^{-5} \cdot s^{-1}$
$\sigma_2 = \sigma_3 = 1$ MPa
ε_1=8,8%
ε_1=13,0%
effektive Deformation
ε_{eff} [-]
0.00E+00
2.50E-02
5.00E-02
7.50E-02
1.00E-01
1.25E-01
1.50E-01
1.75E-01
effektive Deformation
ε_{eff} [-]
0.00E+00
5.00E-02
1.00E-01
1.50E-01
2.00E-01
2.50E-01
3.00E-01

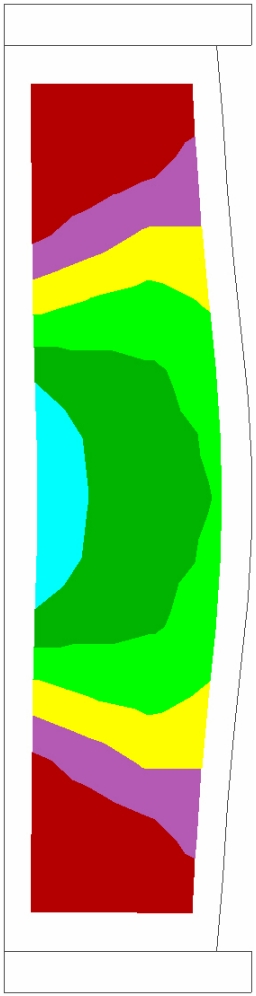


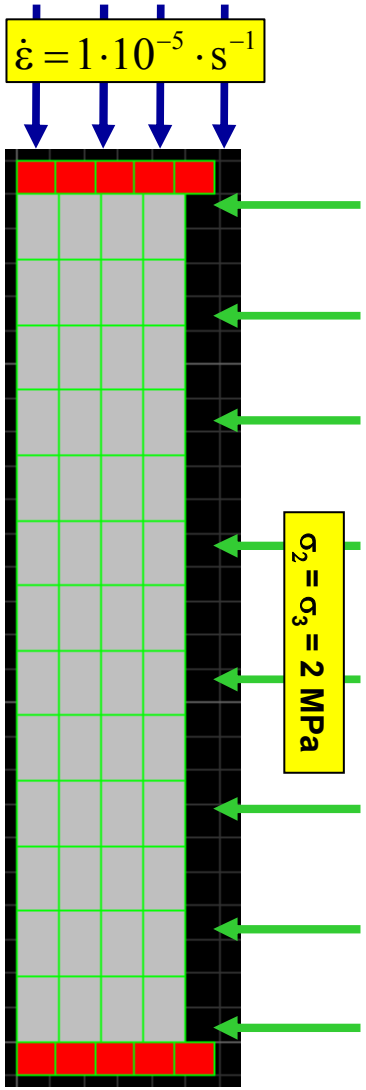


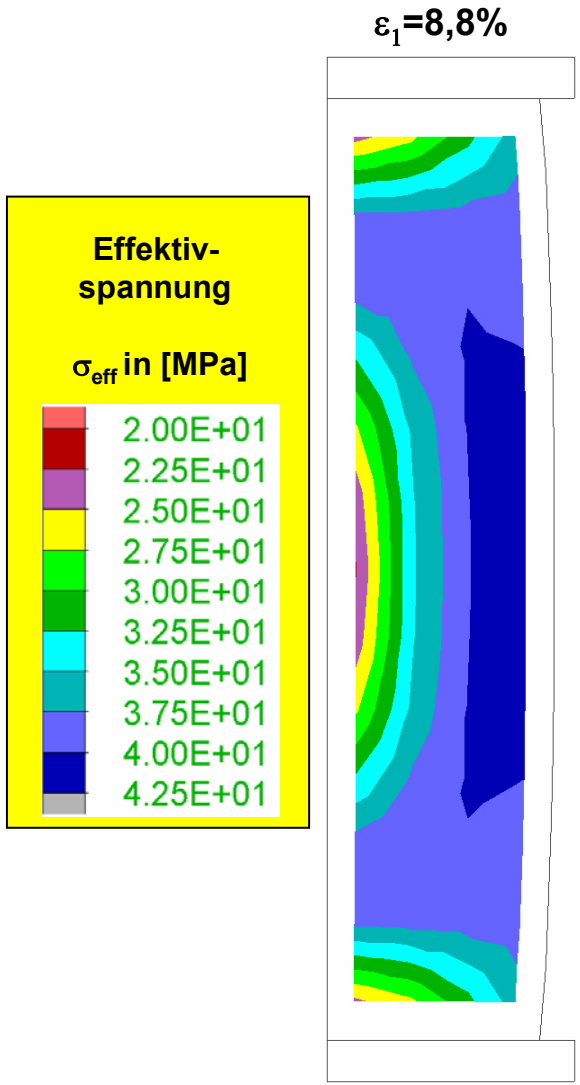
ε_1=8,8%

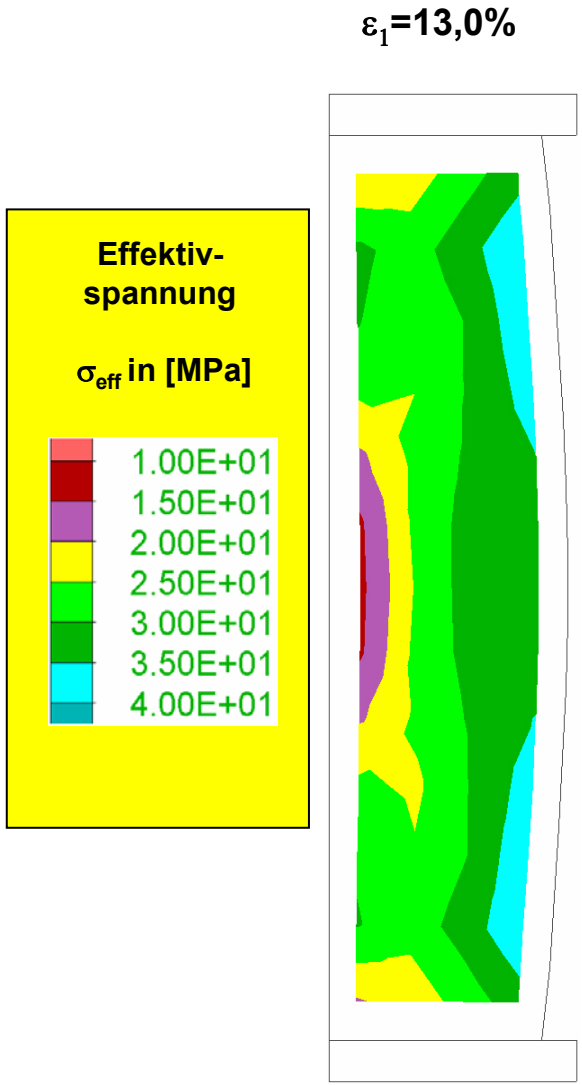


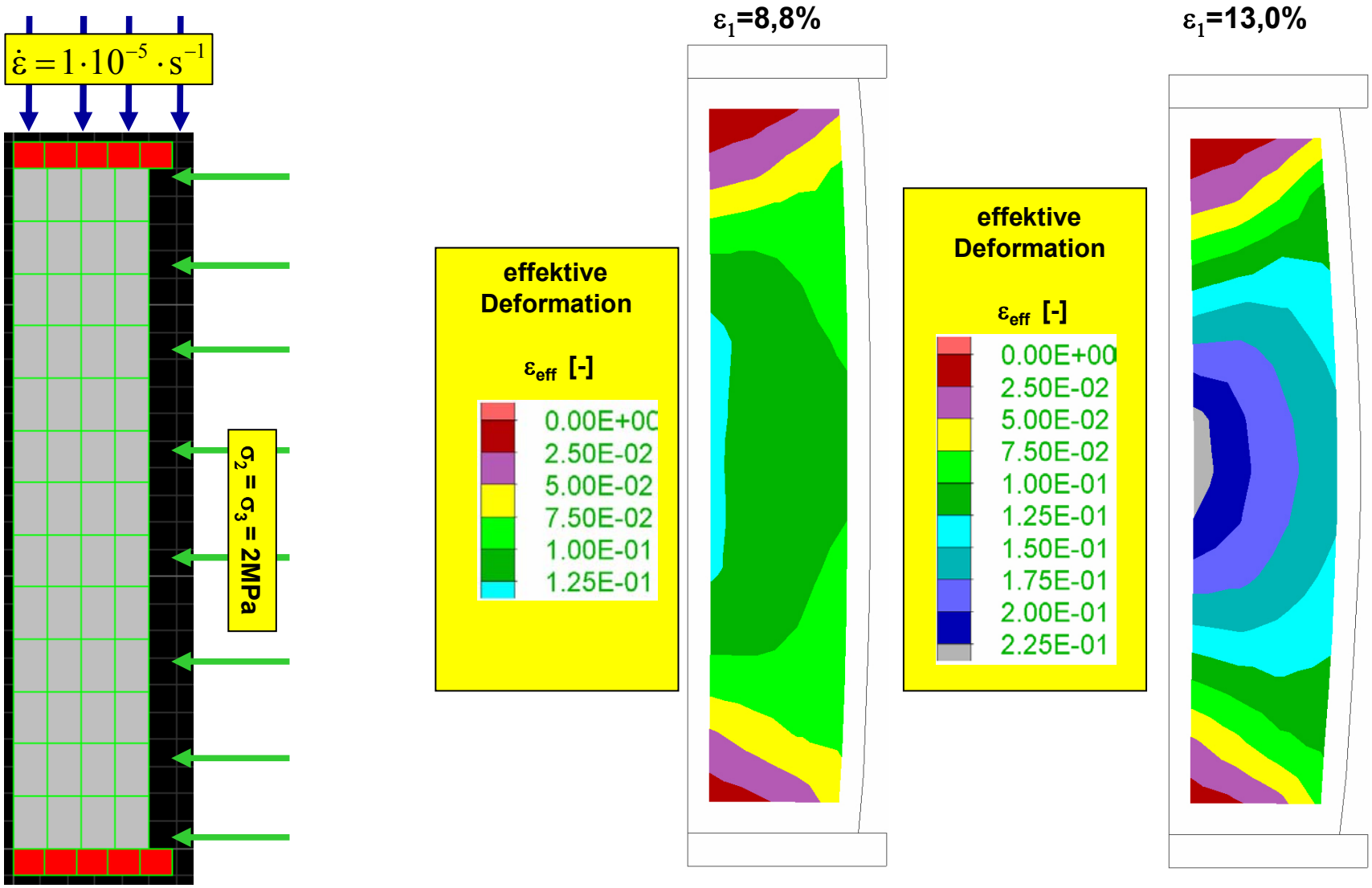
ε_1=13,0%

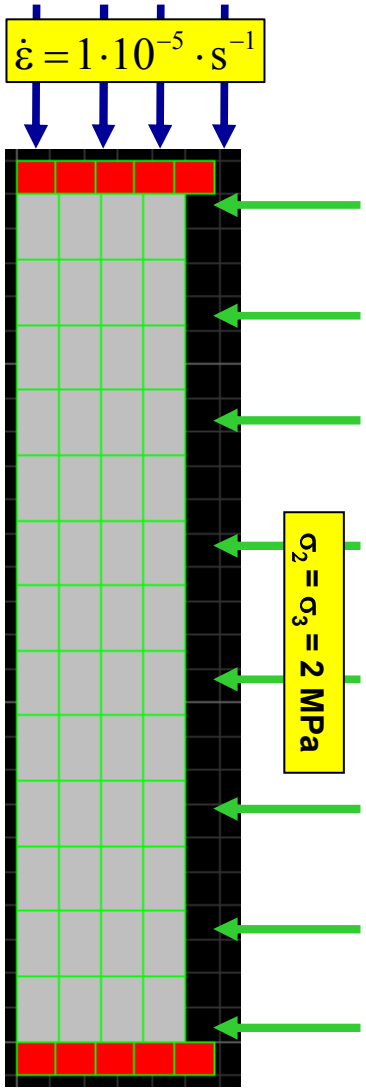


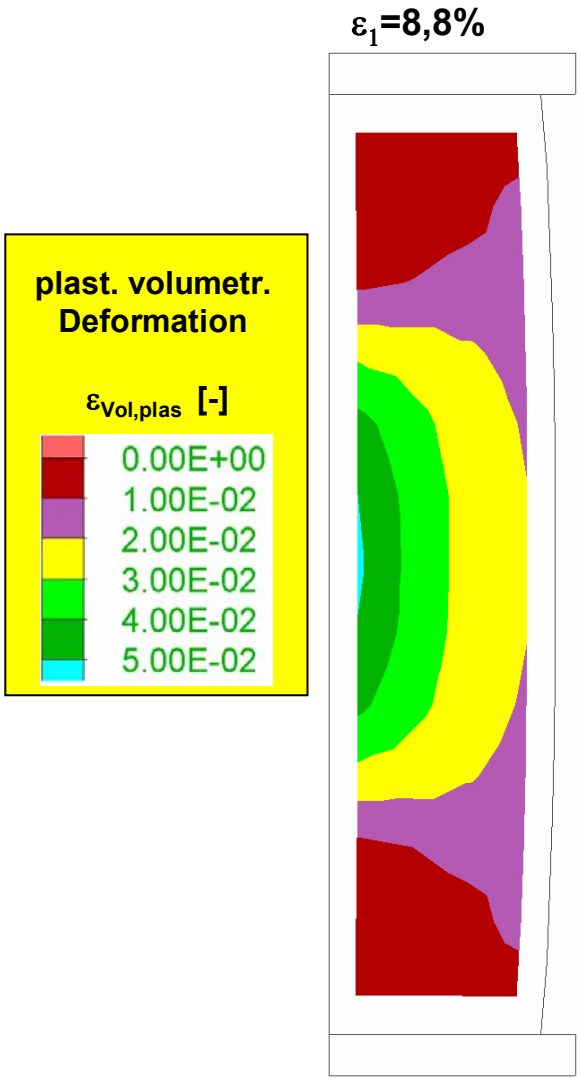

$\dot{\varepsilon} = 1 \cdot 10^{-5} \cdot s^{-1}$
$\sigma_2 = \sigma_3 = 2$ MPa

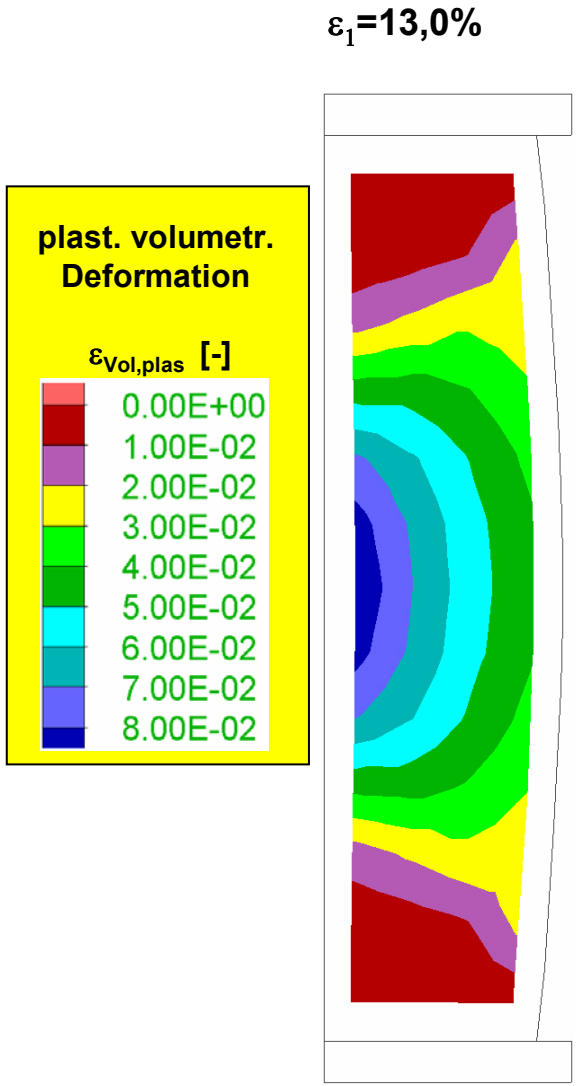

ε_1=8,8%
Effektiv-spannung
σ_{eff} in [MPa]
2.00E+01
2.25E+01
2.50E+01
2.75E+01
3.00E+01
3.25E+01
3.50E+01
3.75E+01
4.00E+01
4.25E+01


ε_1=13,0%
Effektiv-spannung
σ_{eff} in [MPa]
1.00E+01
1.50E+01
2.00E+01
2.50E+01
3.00E+01
3.50E+01
4.00E+01


$\dot{\varepsilon} = 1 \cdot 10^{-5} \cdot s^{-1}$
$\sigma_2 = \sigma_3 = 2MPa$
ε_1=8,8%
effektive Deformation
ε_{eff} [-]
0.00E+00
2.50E-02
5.00E-02
7.50E-02
1.00E-01
1.25E-01
ε_1=13,0%
effektive Deformation
ε_{eff} [-]
0.00E+00
2.50E-02
5.00E-02
7.50E-02
1.00E-01
1.25E-01
1.50E-01
1.75E-01
2.00E-01
2.25E-01


$\dot{\varepsilon} = 1 \cdot 10^{-5} \cdot s^{-1}$
$\sigma_2 = \sigma_3 = 2$ MPa


ε_1=8,8%
plast. volumetr. Deformation
$\varepsilon_{Vol,plas}$ [-]
0.00E+00
1.00E-02
2.00E-02
3.00E-02
4.00E-02
5.00E-02


ε_1=13,0%
plast. volumetr. Deformation
$\varepsilon_{Vol,plas}$ [-]
0.00E+00
1.00E-02
2.00E-02
3.00E-02
4.00E-02
5.00E-02
6.00E-02
7.00E-02
8.00E-02